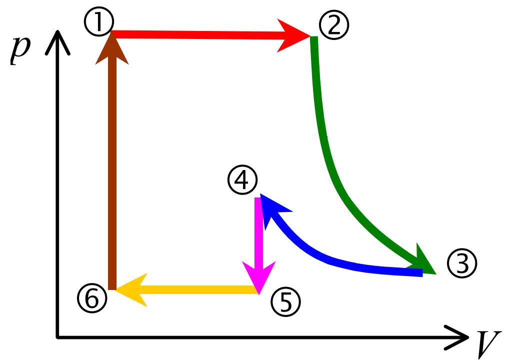
5.6 Kreisprozesse

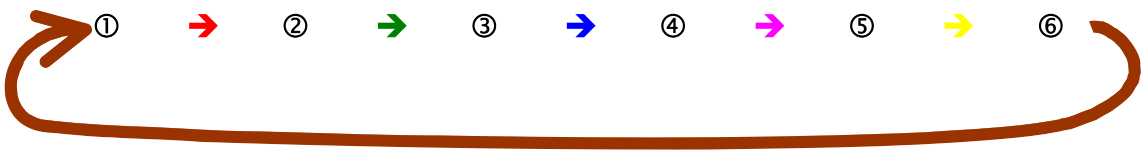
Große technische Bedeutung haben **<u>Wärmekraftmaschinen</u>** (Motoren, Turbinen, Strahltriebwerke), d.h. Maschinen zur Umwandlung von thermischer Energie in mechanische Energie. Gleiches gilt für **<u>Kühlmaschinen</u>** und **<u>Wärmepumpen</u>**, d.h. Maschinen, die mittels mechanischer Energie Wärme von einem Medium aufnehmen und an ein zweites (bei höherer Temperatur) Wärme abgeben. Kreisprozesse sind Prozesse, die im p-V-Diagramm durch eine geschlossene Kurve beschrieben werden können. Das „Arbeitsmittel" durchläuft dabei nacheinander mehrere Zustandsänderungen, so dass es am Ende wieder in den Anfangszustand zurückgebracht wird. Bei mindestens einem Schritt wird dabei <u>Wärme</u> <u>zugeführt</u> und bei mindestens einem Schritt wird <u>Wärme</u> <u>abgegeben</u>.

Kreisprozesse sind wichtige <u>Modelle</u> zur Beschreibung **zyklisch arbeitender Maschinen**. Die Thermodynamik wie wir sie heute verstehen entstand zu einem großen Teil Anfang des 19. Jahrhunderts, also kurz nachdem der britische Ingenieur **James Watt** 1769 seine Dampfmaschine patentieren ließ. Der französischer Ingenieur Nicolas Léonard Sadi **Carnot** beschäftigte sich mit der Optimierung der Dampfmaschinen. Er führte 1824 den nach ihm benannten **Carnotscher Kreisprozess** ein, bestimmte den **maximalen Wirkungsgrad** der idealen Wärmekraftmaschine. Der Carnotscher Kreisprozess ist noch heute der wichtigste Kreisprozess, weil z.B. der Wirkungsgrad eines neuen Motors auch heute noch am Carnot-Wirkungsgrad gemessen wird!

➢ Kreisprozess:

- Folge von Zustandsänderungen eines „Arbeitsmittels"
- Endzustand = Anfangszustand





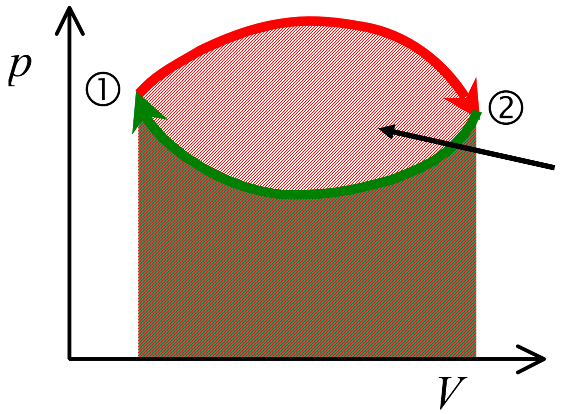
➢ Zyklisch arbeitende Maschinen
Modell: Arbeitsgas durchläuft Kreisprozess

Bei einem Kreisprozess müssen wir unbedingt den …

➢ **Umlaufsinn beachten** !

Beim **rechtläufigen Prozess** ist die **abgegebene Arbeit** größer als die **aufgenommene Arbeit**. Wir haben damit eine Wärmekraftmaschine! Die im p-V-Diagramm eingeschlossene Fläche (Betrag!) stellt die „Nettoarbeit" oder „Nutzarbeit" dar, die von der Maschine in einem Zyklus abgegeben wird.

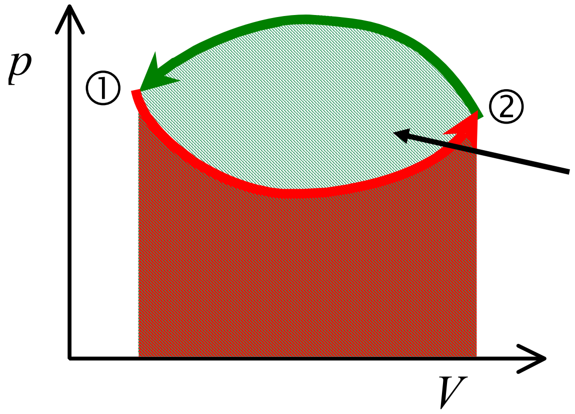
Beim **linksläufigen Prozess** ist die **abgegebene Arbeit** kleiner als die **aufgenommene Arbeit** (Arbeitsmaschine, z.B. Kühlmaschine oder Wärmepumpe). Die im p-V-Diagramm eingeschlossene Fläche stellt die Arbeit dar, die dem Arbeitgas („System") pro Zyklus zugeführt wird.



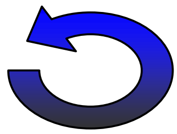
- **rechtsläufig**

abgegebene (netto) Nutzarbeit
↳ eingeschlossene Fläche !

abgegebene Arbeit $|W_{12}|$ > zugeführte Arbeit W_{21}



- **linksläufig**



zugeführte (netto) Antriebsarbeit
↳ eingeschlossene Fläche !

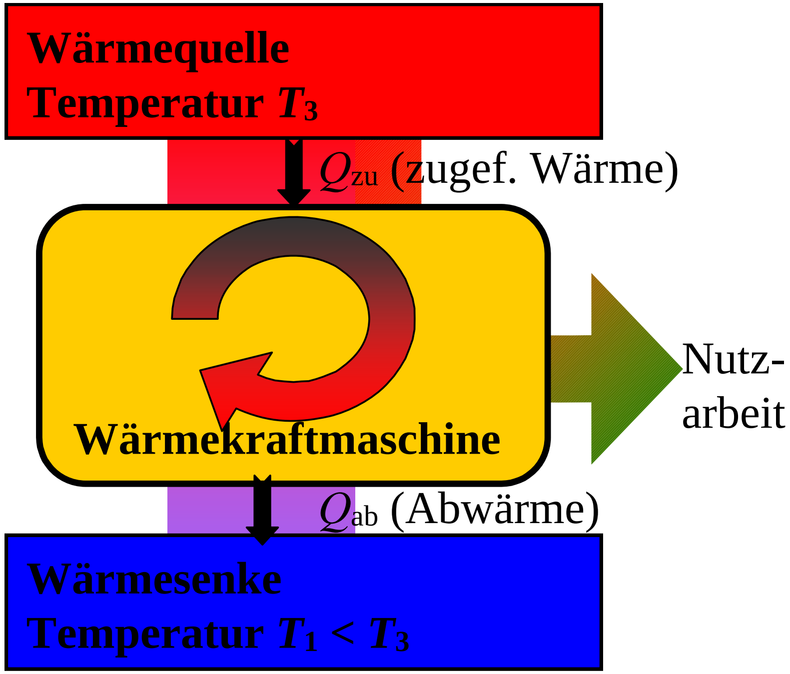
zugeführte Arbeit W_{21} > abgegebene Arbeit $|W_{12}|$

Bei einem gegebenen Kreisprozess werden wir zunächst von allen Eckpunkten die **Zustandsgrößen** (p, V, T) berechnen. Außerdem interessieren natürlich die Energiebeträge, die in den einzelnen Schritten als **Wärme** oder **Volumenänderungsarbeit** ausgetauscht werden. Wichtigstes Ziel der Berechnung eines Kreisprozesses ist aber in der Regel die Berechnung des **Wirkungsgrades** (Motor) bzw. der **Leistungszahl** (Kältemaschine, Wärmepumpe). Beides sind „dimensionslose“ Kennzahlen der jeweiligen Maschinen, die das Verhältnis von „Nutzen“ zu „Aufwand“ angeben:

		Nutzen	Aufwand	Kennzahl	
rechtsläufig	Wärmekraftmaschine (WKM) (Motor, Turbine)	abgeg. Arbeit W_{Nutz}	zugef. Wärme Q_{zu}	Wirkungsgrad $\eta = \frac{W_{Nutz}}{Q_{zu}}$	[Gl.5.6.1.]
linksläufig	Kältemaschine	zugef. Wärme Q_{zu}	ges. zugef. Arbeit W_{ges}	Leistungszahl $\varepsilon_K = \frac{Q_{zu}}{W_{ges}}$	[Gl.5.6.2.]
	Wärmepumpe	abgeg. Wärme Q_{ab}	ges. zugef. Arbeit W_{ges}	Leistungszahl $\varepsilon_W = \frac{\lvert Q_{ab}\rvert}{W_{ges}}$	[Gl.5.6.3.]

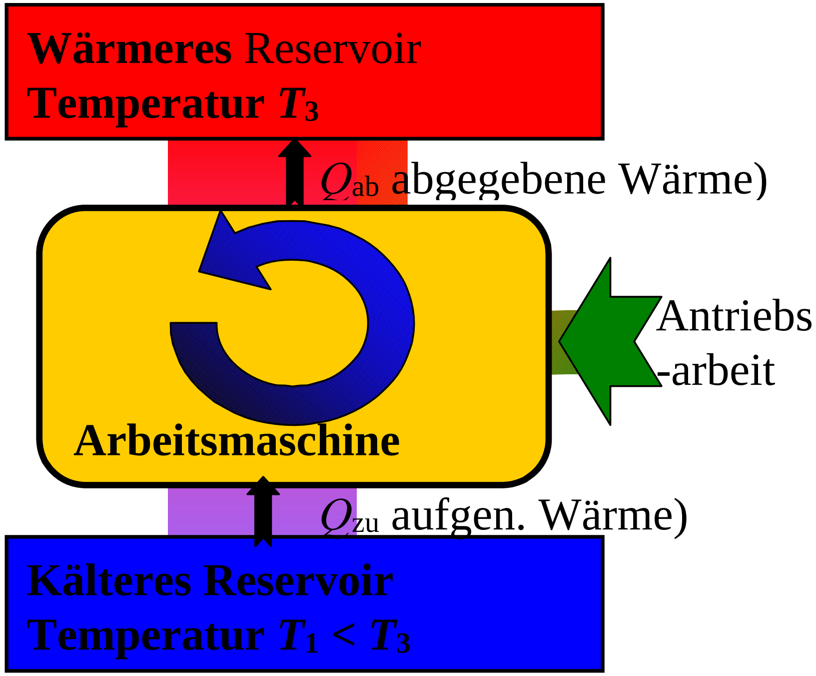
Kreisprozesse : Energiefluss beim rechtsläufigen / linksläufigen Prozess

➢ Rechtsläufiger Prozess (**Motor / Turbine)**



- **Energiezufuhr**:
  - ➢ **Wärme** aus Wärmequelle (hohe Temperatur)
- **Energieabgabe**
  - ➢ **„Abwärme"** (bei niedriger Temperatur)
  - ➢ (mech.) **Nutzarbeit**

➢ Linksläufiger Prozess (**Kältemaschine / Wärmepumpe)**



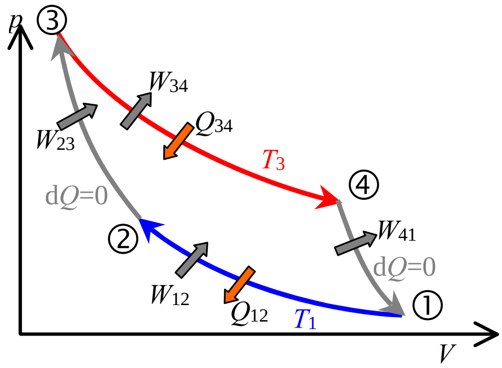
- **Energiezufuhr**:
  - ➢ mech. **Antriebsarbeit**
  - ➢ **Wärme** aus kaltem Reservoir
- **Energieabgabe**
  - ➢ **Wärme** (bei hoher Temperatur)

„Rezept“ zur Berechnung von Kreisprozessen:

Eine vollständige Kreisprozess-Rechnung ist meistens relativ umfangreich und verlangt Verständnis aller vorangegangenen Kapitel, insbesondere die Kenntnis der wichtigsten Zustandsänderungen idealer Gase (Kap. 5.5.).

☞ *Achtung: In Übungs-/Klausuraufgaben ist nicht immer alles gefragt, vor allem müssen nicht immer alle Zwischenergebnisse (p_i, V_i, T_i, $Q_{ij}, W_{ij}, \ldots$) zahlenmäßig ausgerechnet werden!*

- Welche Zustandsänderung $\{p_i, V_i, T_i\}$ ➔ $\{p_j, V_j, T_j\}$ sind gegeben **?**
  Wie sehen diese im *p*-*V*-Diagramm aus **?**
- Skizzieren Sie den Kreisprozess im *p*-*V*-Diagramm!
  Die Skizze sollte enthalten …
  - Die einzelnen Zustandsänderungen
  - Die Bezeichnung für die Eck-Zustände (①, ②,…)
  - Pfeile, die angeben, in welcher Richtung die ZÄ durchlaufen wird



  - Isothermen, Adiabaten und Polytropen müssen gekennzeichnet werden, da sie sonst in einer Skizze nicht zu unterscheiden sind!
    (Isothermen durch die Angabe der Temperatur, Adiabaten z.B. durch „d*Q*=0“)
- Bei welchen Schritten wird Wärme und/oder Arbeit ausgetauscht **?**
  Wird dem System dabei Energie zu- oder abgeführt **?**
  - Welche Q_{ij} , W_{ij} sind Null ?

  Zeichnen Sie auch die Energieströme in die Skizze ein **!**
  - Zu-/abgeführte Wärme Q_{ij}
  - Zu-/abgeführte Arbeit W_{ij}
- **Fangen Sie erst an zu rechnen, wenn Sie verstanden haben, was passiert und wenn Sie eine Skizze angefertigt haben, aus der die Zusammenhänge hervorgehen!**
- Berechnen Sie die Zustandsgrößen $\{p_i, V_i, T_i\}$ für alle Zustände! Rechnen Sie dabei möglichst zunächst allgemein (ohne Zahlenwerte einzusetzen). Bringen Sie ihre Formeln auf eine übersichtliche Form, so dass z.B. Temperatur T_3 als Vielfaches einer gegebenen Temperatur ausgedrückt wird, z.B. $T_3 = \ldots \cdot T_1$. Verwenden Sie für Abkürzungen für Verhältnisse, die öfters auftauchen (z.B. für ein Kompressionsverhältnis: $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$)
- Berechnen Sie (auch hier wieder zunächst nur Formeln!) Die bei den einzelnen Schritten
  - zu-/abgeführte Wärme Q_{ij}
  - zu-/abgeführte Arbeit W_{ij}

- Schreiben Sie die **Energiebilanz** für den Kreisprozess auf!
  Bei einem kompletter Umlauf wird wieder der Anfangszustand erreicht, damit hat sich die innere Energie insgesamt nicht verändert!

  - $\oint \mathrm{d}U = 0 \qquad \oint \mathrm{d}Q + \oint \mathrm{d}W = 0$

    $Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + \ldots + W_{12} + W_{23} + W_{34} + \ldots \boxed{= 0}$ [Gl.5.6.4.]

- Liegt eine Wärmekraftmaschine (rechtsläufiger Prozess) oder eine Arbeitsmaschine (linkläufiger Prozess) vor? Was ist der „Nutzen“, was ist der „Aufwand“**?**

  Bsp.: Bei einer WKM ist …

  - „Nutzen“: **Ab**gegebene („netto“) Arbeit ⇨ $W_{Nutz} = -(W_{12} + W_{23} + W_{34} + \ldots)$
    („-“ weil vom System abgegebene Energie negativ gerechnet wird,
    damit wird $-(W_{12} + W_{23} + W_{34} + \ldots) > 0$ **!)**
  - „Aufwand“: **Zu**geführte Wärme!
    Bei welchem Schritt wird Wärme zugeführt (siehe Skizze!) ? ⇨ Q_{zu}
  - Beachten Sie: Die „Nutz“-Arbeit bei einer WKM ist die im p-V-Diagramm eingeschlossene Fläche, d.h. gleich dem Betrag der Summe aller W_{ij} . Ein Teil der Energie, die bei der Expansion abgegeben wird, wird bei der Kompression wieder benötigt. Deshalb müssen auch negative W_{ij} vorzeichenrichtig aufaddiert werden! Bei der Wärme wird aber nur die zugeführte Wärme (positive Q_{ij} !) berücksichtigt. Abwärme geht verloren und verringert den Wirkungsgrad. Bei linksläufigen Prozessen gilt ähnliches: Die Antriebsarbeit W_{ges} ist hier die Summe aller W_{ij} (eingeschlossene Fläche).

- Welche Kennzahl (Wirkungsgrad, Leistungszahl) beschreibt den Prozess **?**

  Bsp.: Bei einer WKM ist der Wirkungsgrad $\eta = \frac{W_{Nutz}}{Q_{zu}}$

- Mit Hilfe der Energiebilanzgleichung kann die Formel für den Wirkungsgrad bzw. die Leistungszahl jetzt vereinfacht werden, wenn z.B. bei der WKM die Nutzarbeit durch die Summe aller Wärmewerte ausgedrückt wird:

  - Aus E-Bilanz : $Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + \ldots = -(W_{12} + W_{23} + W_{34} + \ldots)$
  - Wirkungsgrad: $\eta = \frac{W_{Nutz}}{Q_{zu}} = \frac{-(W_{12} + W_{23} + W_{34} + \ldots)}{Q_{zu}} = \frac{Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + \ldots}{Q_{zu}}$

  Vorteil: Es treten nur noch Wärmewerte auf! Da ja immer (mindestens) eines der Q_{ij} gleich Q_{zu} ist, vereinfacht sich diese Gleichung noch weiter …

  - $\eta = \frac{W_{Nutz}}{Q_{zu}} = 1 + \frac{Q_{\ldots} + Q_{\ldots} + \ldots}{Q_{zu}}$

- Für den Wirkungsgrad (ähnlich bei der Leistungszahl!) müssen Sie jetzt meist nur noch wenige Q_{ij} berechnen! Dazu werden die Formeln für die Wärme bei den jeweiligen Zustandsänderungen benötigt.

… der Rest ist Algebra !

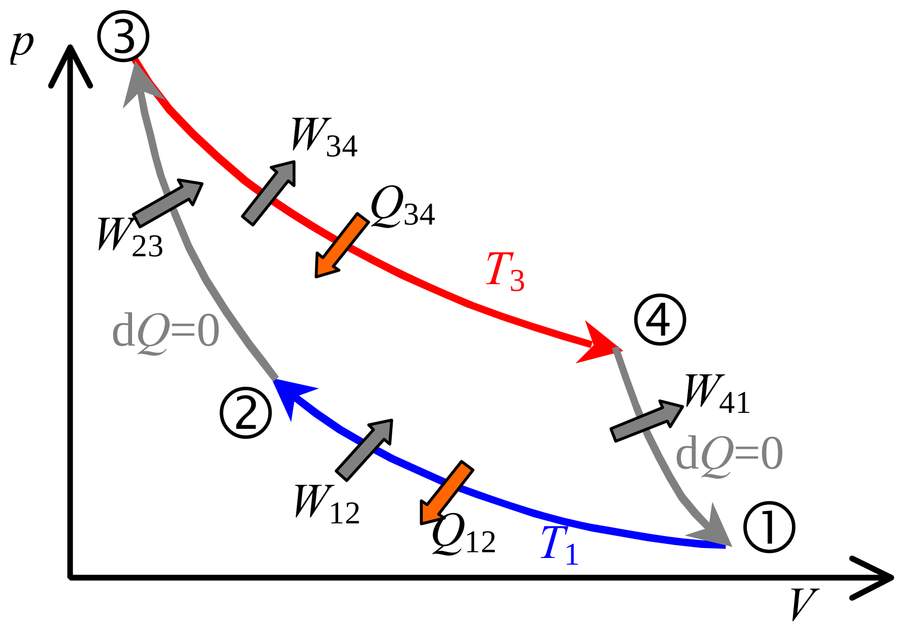
In Kap. 5.6.1 und 5.6.2 werden einige Kreisprozess-Beispiele durchgerechnet. Weitere Kreisprozesse finden Sie in den Übungsaufgaben bzw. die Ergebnisse in Kap. 5.6.3.

5.6.1 Carnot-Prozess

Der nach dem Ing. Sadi **Carnot** (1.6.1796 – 24.8.1832) benannte Prozess ist **D E R W I C H T I G S T E** Kreisprozess überhaupt (obwohl er technisch praktisch nicht realisiert werden kann!). Seine Bedeutung liegt darin, dass er bei gegebener Minimal- und Maximaltemperatur der Kreisprozess mit dem größten Wirkungsgrad ist. Auch der beste Ingenieur wird es nicht schaffen, eine Wärmekraftmaschine mit einem größeren Wirkungsgrad zu konstruieren. Der Carnot-Prozess dient als Modell, mit dem reale Prozesse verglichen werden. Bei einer großen Turbine in einem Dampfkraftwerk ist es z.B. extrem wichtig, möglichst dicht an den Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses heranzukommen (der Prozess wird „*carnotisiert*") – jedes Prozent mehr oder weniger Wirkungsgrad bedeutet in dieser Branche viel Geld!

Rechtsläufiger Carnotscher Kreisprozess

Der Carnotprozess bietet den besten möglichen Wirkungsgrad η bei gegebener min. / max. Temperatur. Er besteht aus **2 Isothermen** (isotherme Kompression bei T_1 , isotherme Expansion bei T_3) , die durch **2 Adiabaten** verbunden sind.



Die Skizze soll nur die für die Berechnung wichtigen Zusammenhänge darstellen und ist nicht maßstabsgerecht!

Maßstabsgerecht gezeichnet sieht der Carnot-Prozess eher wie eine langgezogene dünne Sichel aus!

Wir stellen als erstes die Energiebilanzgleichung auf:

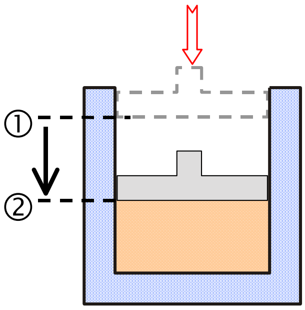
- $Q_{12} + \cancel{Q_{23}} + Q_{34} + \cancel{Q_{41}} + W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41} = 0$ [Gl.5.6.5.]

  Da bei den Adiabaten keine Wärme ausgetauscht wird, fallen Q_{23} und Q_{41} weg!

- Der „Nutzen" der Wärmekraftmaschine (rechtsläufig!) ist die netto abgegebene Arbeit:
  $W_{Nutz} = -(W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41})$ [Gl.5.6.6.]
  Mit Gl.5.6.5. ergibt sich daraus:
  $W_{Nutz} = Q_{12} + Q_{34}$ [Gl.5.6.7.]

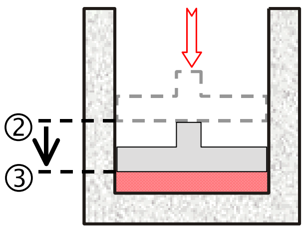
- Der „Aufwand" ist die zugeführte Wärme. Wärme wird nur bei Schritt ③ ➔ ④ zugeführt:
  $Q_{zu} = Q_{34}$! [Gl.5.6.8.]

Carnot-Prozess (rechtsläufig) – schematisch[1] !



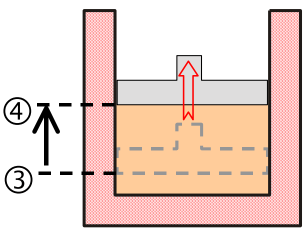
① ➔ ② Isotherme Kompression

- Wärmebad T_1 (kalt)
- Temperatur konstant : T_1
- Innere Energie konstant: $U_2 = U_1$
- Arbeits-Zufuhr: $W_{12} = nR_m T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) > 0$ [Gl.5.6.9.]
- Wärme-Abgabe: $Q_{12} = -W_{12} < 0$ [Gl.5.6.10.]



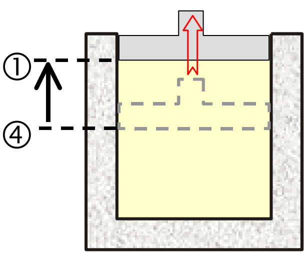
② ➔ ③ Adiabatische Kompression

- Wärmeisolation
- Temperatur steigt: $T_1 \rightarrow T_3$
- Innere Energie steigt: $U_3 > U_1$
- Arbeits-Zufuhr: $W_{23} = n \cdot C_{mV} \cdot (T_3 - T_1) > 0$ [Gl.5.6.11.]
- kein Wärmeaustausch: $Q_{23} = 0$ [Gl.5.6.12.]



③ ➔ ④ Isotherme Expansion

- Wärmebad T_3 (warm)
- Temperatur konstant: T_3
- Innere Energie konstant: $U_4 = U_3$
- Arbeits-Abgabe: $W_{34} = nR_m T_3 \cdot \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right) < 0$ [Gl.5.6.13.]
- Wärme-Zufuhr: $Q_{34} = -W_{34} > 0$ [Gl.5.6.14.]



④ ➔ ① Adiabatische Expansion

- Wärmeisolation
- Temperatur sinkt: $T_3 \rightarrow T_1$
- Innere Energie sinkt: $U_1 < U_4$
- Arbeits- Abgabe: $W_{41} = n \cdot C_{mV} \cdot (T_1 - T_3) < 0$ [Gl.5.6.15.]
- kein Wärmeaustausch: $Q_{23} = 0$ [Gl.5.6.16.]

[1] Der hier skizzierte Ablauf dient nur der Verdeutlichung der Carnot-Prozesses. Praktisch wird man nicht versuchen, die Gefäßwand abwechselnd als Wärmespeicher, Kühlmittel und Wärmeisolation einzusetzen. Auch andere Ausführungen einer Carnot-Maschine sind schwierig, weil sich die Isothermen (langsamer Prozessablauf!) schlecht realisieren lassen!

➢ **Wirkungsgrad**:

Aus Gl.5.6.1. ($\eta = \frac{W_{Nutz}}{Q_{zu}}$) erhalten wir mit Gl.5.6.6. und Gl.5.6.8. sofort eine Formel für den Wirkungsgrad, die wir mit Hilfe von Gl.5.6.7. stark vereinfachen können:

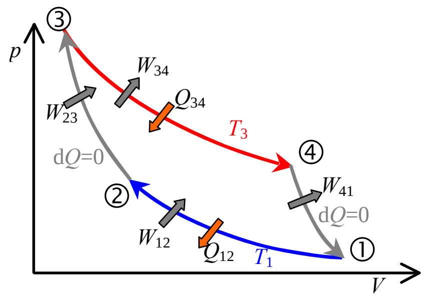
- $$\eta = \frac{-(W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41})}{Q_{34}} = \frac{Q_{12} + Q_{34}}{Q_{34}} = 1 + \frac{Q_{12}}{Q_{34}} \qquad \text{[Gl.5.6.17.]}$$

- Beachten Sie, dass wegen $Q_{12} < 0$ der Wirkungsgrad (trotz des „+“-Zeichens !) immer **kleiner** als 100 % ist: $\eta < 1$!

Für die weitere Berechnung des Wirkungsgrades muss jetzt nur noch bei den zwei Isothermen die Wärme Q_{ij} bestimmt werden!

- $$Q_{12} = -nR_m T_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right), \qquad Q_{34} = -nR_m T_3 \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right) = nR_m T_3 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \qquad \text{[Gl.5.6.18.]}$$

Überlegung an Hand der Skizze (p-V-Diagramm):



Wenn wir die Temperaturen und p_1 als bekannt voraussetzen, dann lässt sich aus dem Volumenverhältnis V_1/V_2 der Druck von Zustand ② berechnen. Von der Adiabaten ② → ③ sind dann alle Größen des Anfangszustands und die Temperatur des Endzustands bekannt. Mit Hilfe der Adiabatengleichungen (Kap. 5.5.4) ließe sich dann V_3 und p_3 berechnen. Ebenso könnten wir für die Adiabaten ④ → ① ausgehend vom Zustand ① V_4 und p_4 berechnen. Durch V_1/V_2 muss also auch das Verhältnis V_4/V_3 festgelegt sein!

In einer Nebenrechnung suchen wir den Zusammenhang $(V_1/V_2) \Leftrightarrow (V_4/V_3)$, ohne dass wir die Zustandsgrößen für alle vier Eckpunkte explizit berechnen:

NR $\frac{V_1}{V_2} \Leftrightarrow \frac{V_4}{V_3}$:

Adiabate ② → ③ : $T_1 V_2^{\kappa-1} = T_3 V_3^{\kappa-1}$ [Gl.5.6.19.]

Adiabate ④ → ① : $T_3 V_4^{\kappa-1} = T_1 V_1^{\kappa-1}$

bzw. $T_1 V_1^{\kappa-1} = T_3 V_4^{\kappa-1}$ [Gl.5.6.20.]

Wir suchen einen Zusammenhang zwischen den V_i ; wollen also gerne eine Gleichung ohne die T_i ! Dies erreichen wir am einfachsten, wenn wir die Gleichungen Gl.5.6.20. und Gl.5.6.19. durcheinander dividieren:

$$\Rightarrow \qquad \frac{\cancel{T_1} \cdot V_1^{\kappa-1}}{\cancel{T_1} \cdot V_2^{\kappa-1}} = \frac{\cancel{T_3} \cdot V_4^{\kappa-1}}{\cancel{T_3} \cdot V_3^{\kappa-1}}$$

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1} = \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\kappa-1}$$

$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}} \qquad \text{[Gl.5.6.21.]}$$

Die beiden Volumenverhältnisse beim Carnot-Prozess sind also gleich groß!

Wir setzen dies in die Formeln für die Wärme [Gl.5.6.18.] ein und erhalten:

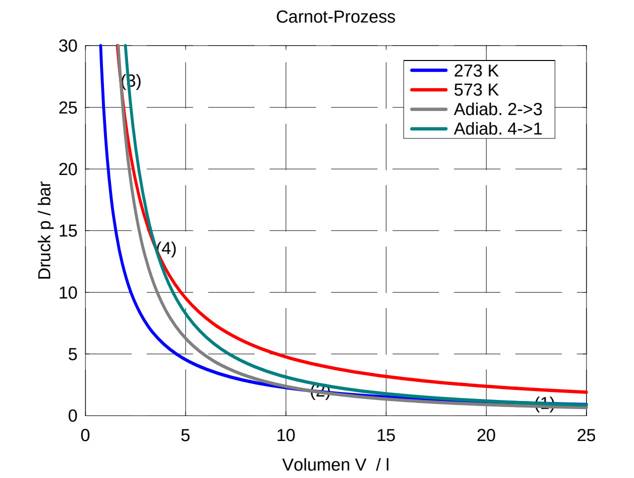
- $Q_{12} = -nR_m T_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$, $Q_{34} = nR_m T_3 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$ [Gl.5.6.22.]

Wenn wir daraus die sogenannte „**reduzierte Wärme**" Q/T (siehe Kap. 5.7!) berechnen, so erhalten wir ein für die **<u>Entropie</u>** wichtiges Zwischenergebnis: $\boxed{\frac{Q_{34}}{T_3} = -\frac{Q_{12}}{T_1}}$ [Gl.5.6.23.]

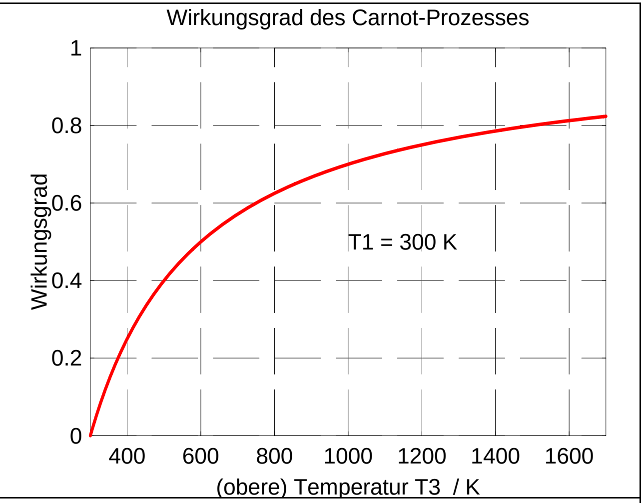
Setzen wir unser Ergebnis Gl.5.6.22. in Gl.5.6.17. ein, so erhalten wir die Formel für den **<u>th</u>**ermischen Wirkungsgrad der **<u>C</u>**arnot-Maschine: $\eta_{\text{th,C}} = 1 + \frac{Q_{12}}{Q_{34}} = 1 + \frac{-T_1}{T_3}$

$$\boxed{\textbf{Wirkungsgrad der Carnot-Maschine: } \eta_{\text{th,C}} = 1 - \frac{T_1}{T_3} = \frac{T_3 - T_1}{T_3}}$$ [Gl.5.6.24.]

Diese ist der beste erreichbare Wirkungsgrad bei gegebener Max./Min. Temperatur!



Isothermen bei 273 K und 573 K sowie die 2 Adiabaten, die diese bei V_1, V_2 bzw. V_4, V_3 schneiden (mit $\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3} = 2$)



Bsp.: Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses für T_1 = 300 K als Funktion von T_3.
Für $T_3 = T_1$ ist der WG Null,
für $T_3 \rightarrow \infty$ geht der WG gegen 100 %

- Der Carnot-Wirkungsgrad hängt **nur von der Temperatur der Wärmebäder** ab!

  Er ist **unabhängig vom Arbeitsgas** (dies wird für die thermodynamische Temperaturdefinition genutzt).
- Der Carnot-Prozess ist ein **Modellprozess.** Er ist technisch nicht exakt zu realisieren, aber …
- **Bester erreichbarer WG bei gegebener Maximum/Minimum Temperatur !**
  - ☞ Wichtig zur Abschätzung des maximalen Nutzeffekts einer Wärmekraftmaschine

Linksläufiger Carnot Prozess

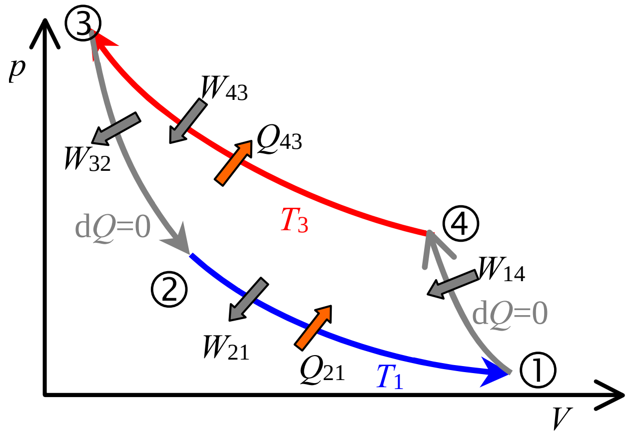
Die Berechnung des linksläufigen Carnotprozesses verläuft analog zum rechtsläufigen Fall. Jetzt müssen wir zwischen den zwei „Nutzungsoptionen“ **Kältemaschine** und **Wärmepumpe** unterscheiden, für die Leistungszahl unterschiedlich definiert ist!

$$Q_{21} + Q_{43} + W_{21} + W_{32} + W_{43} + W_{14} = 0$$

$$\underbrace{W_{21} + W_{32} + W_{43} + W_{14}}_{=W_{ges}} = -(Q_{43} + Q_{21})$$

$$Q_{43} = nR_m \cdot T_3 \ln(V_3/V_4) = -nR_m \cdot T_3 \ln(V_1/V_2)$$

$$Q_{21} = nR_m \cdot T_1 \ln(V_1/V_2)$$



Kältemaschine: $\varepsilon_K = \dfrac{Q_{21}}{W_{ges}} = \dfrac{Q_{21}}{-(Q_{43} + Q_{21})}$

$$\varepsilon_K = \frac{nR_m}{nR_m} \frac{T_1 \ln(V_1/V_2)}{(T_3 \ln(V_1/V_2) - T_1 \ln(V_1/V_2))}$$

$$\boxed{\varepsilon_K = \frac{T_1}{T_3 - T_1}} \qquad \text{[Gl.5.6.25.]}$$

- **Wärmepumpe**: $\varepsilon_W = \dfrac{-Q_{43}}{W_{ges}} = \dfrac{-Q_{43}}{-Q_{43} - Q_{21}}$

$$\boxed{\varepsilon_W = \frac{T_3}{T_3 - T_1} = \frac{1}{\eta_{th,C}}} \qquad \text{[Gl.5.6.26.]}$$

$$\boxed{\varepsilon_W \cdot \eta_{th,C} = 1} \qquad \text{[Gl.5.6.27.]}$$

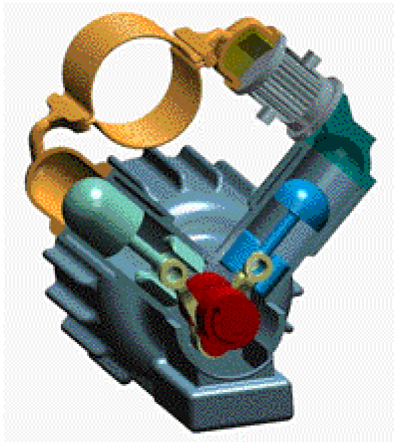
Leistungszahl der Carnot-Wärmepumpe und Wirkungsgrad der Carnot-Wärmekraftmaschine gleichen sich also gerade aus. Es ist also nicht möglich, ein Perpetuum Mobile zu bauen, indem man ein Wärmereservoir mit einer Wärmepumpe heizt und die Wärmepumpe mit einer Wärmekraftmaschine antreibt, die ihre Energie aus dem Wärmereservoir bezieht (siehe dazu auch Kap. 5.7!). Theoretisch ergibt sich bestenfalls ein „Nullsummenspiel“, praktisch wird eine solche Maschine wegen der unvermeidlichen Verluste nicht laufen!

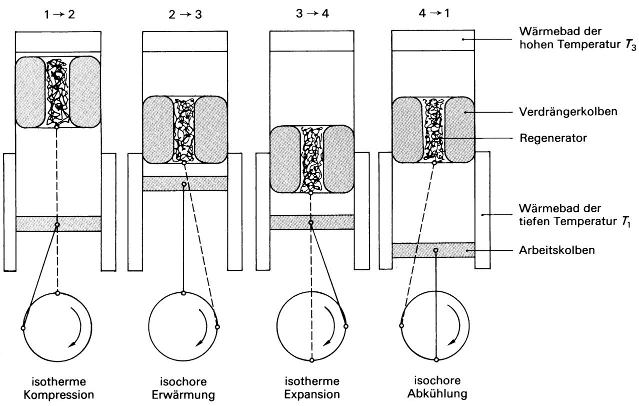
5.6.2 Stirling-Prozess

Der schottische Pastor **Robert Stirling** meldete 1816 seinen Heißluftmotor zum Patent an. Dieser Motor arbeitet nach dem „Stirling-Prozess“, der aus **2 Isochoren und 2 Isothermen** gebildet wird.

Stirling-Maschinen werden z.B. in dezentralen Kleinkraftwerken zur Stromerzeugung aus Biomasse, Faulgas, Sonnenenergie etc. sowie zur Kraft-Wärme-Kopplung verwendet. Die Abbildung rechts zeigt einen Stirlingmotor (ca. 10 kW) der Fa. Solo (gif-Animation bei: www.stirling-engine.de).

Der linksläufige Prozess wird in Kühlmaschinen eingesetzt. Z.B. baut die Heilbronner Fa. AIM (www.aim-ir.de) Stirling-Kühler, die hauptsächlich zur Kühlung von Infrarot-Sensoren eingesetzt werden.

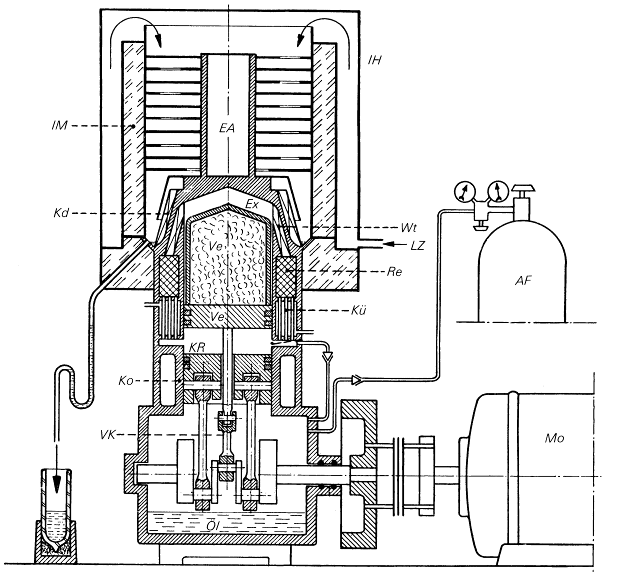




Realisierung eines Stirlingschen Kreisprozesses.

Heißluftmotor mit Arbeits- und Verdränger-kolben sowie im Verdrängerkolben integriertem Regenerator

Kältemaschine (Luftverflüssiger) nach dem Strirling-Prinzip ➔

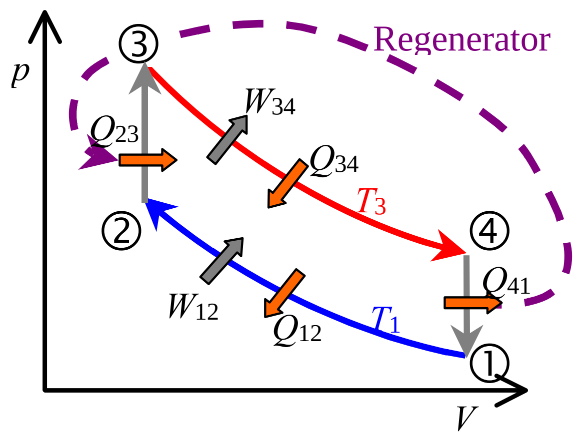


Schematischer Schnitt durch eine Stirling-Maschine (Philips-Luftverflüssiger). Ko Kompressor, KR Kompressionsraum, Ex Expansionsraum, Ve Verdränger, VK Verdrängerkurbelwelle (um 90° zur Kompressorkurbelwelle versetzt), Kü Wasserkühlung, Re Regenerator, Wt Wärmetauscher, Kd Kondensator, IM Isoliermantel, IH Isolierhaube, LZ Luftzutritt, EA Eisabscheider, AF Arbeitsgasfüllvorrichtung, Mo Antriebsmotor. Als Arbeitsgas genügen 3 Mol Wasserstoff oder Helium. Die beschriebene Maschine verflüssigt ungefähr 8 Liter Luft pro Stunde bei einer Leistungsaufnahme von 8 kW.

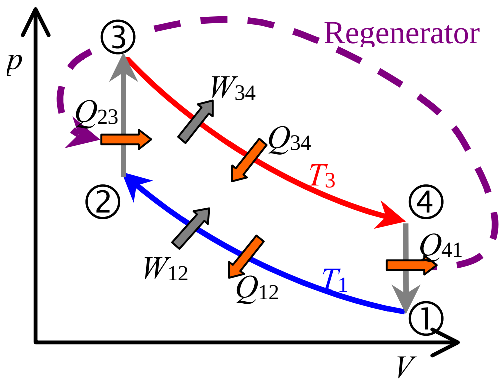
Stirling-Prozess : **2 Isochoren**, **2 Isothermen**

Vorteile:

- Beliebige Wärmequelle (Benzin, Gas, Sonne, …)
- Arbeitsgas in geschlossenem Kreislauf, keine Ventile
- Wärmeerzeugung vom Arbeitsmedium getrennt
- theoretisch Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses (*mit Regenerator)*



Der **Stirling Prozess** unterscheidet sich vom Carnot-Prozess nur durch die zwei Isochoren an Stelle der Adiabaten. Während beim Carnot-Prozess bei den Schritten ②→③ und ④→① erst gar keine Wärme aufgenommen oder abgegeben wurde, wird jetzt beim Stirling Prozess bei ②→③ Wärme aufgenommen, aber bei ④→① wieder abgegeben. Es ist also zu erwarten, dass der Stirling Prozess den gleichen Wirkungsgrad hat wie der Carnot-Prozess, sofern es (ohne Zufuhr von Fremdenergie) gelingt, den Wärmebedarf für ②→③ allein mit der bei ④→① abgegebenen und in einem „**Regenerator**“ zwischengespeicherten Wärme aufzubringen.



Wir betrachten zunächst die zwei Isochoren zwischen T_3 und T_1. Da diese zwischen den gleichen Temperaturen (aber in umgekehrter Richtung) verlaufen, ist die ausgetauschte Wärme betragsmäßig gleich:

- Isochoren zw. T_3 und T_1: $Q_{23} = nC_{mV}(T_3 - T_1)$

$$Q_{41} = nC_{mV}(T_1 - T_3) = -Q_{23} \quad ⇨ \boxed{Q_{23} + Q_{41} = 0}$$ [Gl.5.6.28.]

Q_{23} und Q_{41} gleichen sich also in der Energiebilanz genau aus (sofern der **Regenerator** ideal arbeitet). Außerdem ist die Arbeit bei den Isochoren natürlich Null! Damit fallen in der Energiebilanz 4 Terme weg:

- Energiebilanz: $Q_{12} + \cancel{Q_{23}} + Q_{34} + \cancel{Q_{41}} + W_{12} + \cancel{W_{23}} + W_{34} + \cancel{W_{41}} = 0$
- **Ab**gegebene Arbeit ist ⇨ $W_{Nutz} = -(W_{12} + W_{34})$ [Gl.5.6.29.]
- Wärme wird zugeführt bei Schritt ③ → ④

Damit erhalten wir die Formel für den Wirkungsgrad …

➢ Wirkungsgrad: $\eta_{\text{th,St}} = \dfrac{-(W_{12} + W_{34})}{Q_{34}} = \dfrac{Q_{12} + Q_{34}}{Q_{34}} = 1 + \dfrac{Q_{12}}{Q_{34}}$

$$\eta_{\text{th,St}} = 1 + \frac{-nR_m T_1 \ln(V_1/V_2)}{nR_m T_3 \ln(V_1/V_2)} \qquad \boxed{\eta_{\text{th,St}} = 1 - \frac{T_1}{T_3}}$$ [Gl.5.6.30.]

Es ergibt sich also der gleiche Wirkungsgrad wie beim Carnot-Prozess!

Übung: Rechnen Sie analog dazu den linksläufigen Stirling-Prozess durch!

5.6.3 Technische Kreisprozesse

- Energieumwandlung

thermische Energie ⟷ **mechanische/elektrische Energie**

Viele Maschinen dienen der Umwandlung von thermischer Energie in mechanische und elektrische Energie. Andere Maschinen werde mit mechanischer Energie angetrieben, erzeugen damit Druckluft, kühlen unsere Getränke, oder heizen unsere Wohnung. Einige Beispiele:

- Gas-, Dampfturbinen, Verbrennungsmotoren, Strahltriebwerke, Verdichter, Druckluftwerkzeuge
- Kühlmaschinen, Wärmepumpen

Die in diesen realen Maschinen ablaufenden thermodynamischen Prozesse werden mittels **idealisierter Vergleichsprozesse** modelliert.

- Ein bestimmter Kreisprozess dient also als **Modell** für **real ausgeführte Maschinen**
- Dieser **idealisierter Vergleichsprozess** ist eine Näherung für den **„Realprozess“**
- Aus dem für den **Vergleichsprozess** bestimmten **thermischen Wirkungsgrad** η_{th} (**idealer Wirkungsgrad**) ersehen wir die prinzipiellen Abhängigkeiten von Temperatur, Verdichtung etc.. Allerdings ist der Wirkungsgrad des **Vergleichsprozesses** immer besser als der **Wirkungsgrad einer realen Maschine**.
- Für die **Modellbildung** müssen einige Näherungen und Vereinfachungen gemacht werden:

Eine reale Maschine arbeitet mit **realen Gasen**, es finden **Verbrennungsprozesse**, d.h. **chemische Reaktionen** statt, …

⇨ **Vergleichsprozess: Kreisprozess mit einem idealen Gas**,

⇨ **keine chemischen Veränderungen**, **feste Stoffmenge** n,

⇨ **konstante Gaseigenschaften** (c_p, c_V, κ, …)

Die **Kraftstoffverbrennung** wird im **Modell** ersetzt:

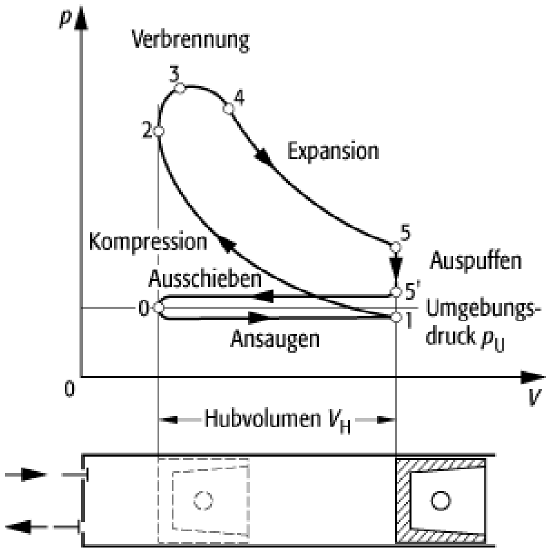
⇨ **Wärmezufuhr** , bei einem Kolbenmotor z.B. durch isochore Wärmezufuhr am oberen Totpunkt (OT) oder eine isobare Wärmezufuhr

Ein **realer Verbrennungsmotor** ist ein **offenes System**. Der als **Vergleichsprozess** verwendete **Kreisprozess** beschreibt aber ein **geschlossenes System**! Der **Gaswechsel**, d.h. der Austausch der heißen Abgase gegen kaltes, frisches Gemisch, muss also auch vereinfacht behandelt werden, der Kreisprozess wird im Modell durch einen Schritt geschlossen, der den real ablaufenden Gaswechsel ersetzt:

⇨ **Wärmeabgabe** (z.B. isochore Wärmeabgabe ohne Arbeitsleistung!)

Die **realen Prozessschritte** (Takte), ergeben im *p*-*V*-Diagramm oder im „Druck-Kolbenweg-Diagramm" Kurven, die von den einfachen Zustandsänderungen idealer Gase (Kap. 5.5) abweichen können.

⇨ Im Vergleichsprozess werden stattdessen einfache Zustandsänderungen verwendet: (**isochor, isobar, isotherm, adiabat**, polytrop)

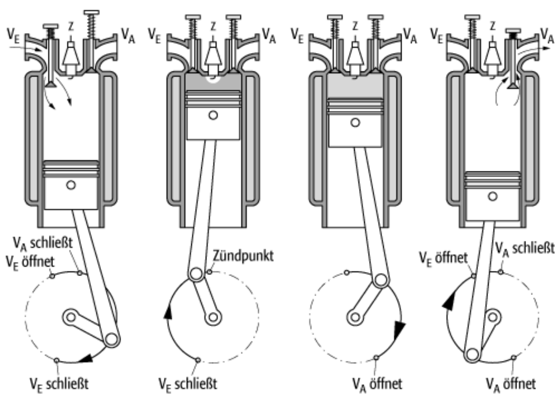


➢ Für die veschiedenen **Wärmekraftmaschinen** werden folgende **Modellprozesse** verwendet:

Ottomotor	**Gleichraumprozess**	2 Adiabaten, 2 Isochoren
Dieselmotor	**Gleichdruckprozess** (***Seiligerprozess***)	2 Adiabaten, 1 Isobare, 1 (2) Isochore
Gasturbine	**Joule-Prozess**	2 Adiabaten, 2 Isobaren

➢ Beispiel **Ottomotor** (4-Takt):

- Ansaugen von Luft (bzw. Gemisch), schnelle, adiabatische Kompression
- Zündung und <u>schnelle</u> Verbrennung <u>am OT</u>. Die schnelle Verbrennung am OT, während der Kolben „einen Moment lang" stillsteht wird durch Wärmezufuhr bei konstantem Volumen, d.h. eine Isochore modelliert.
- Adiabatische Expansion der heißen Gase (bis zum UT)



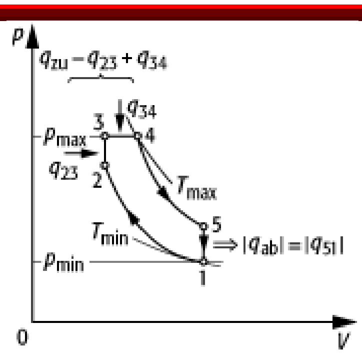
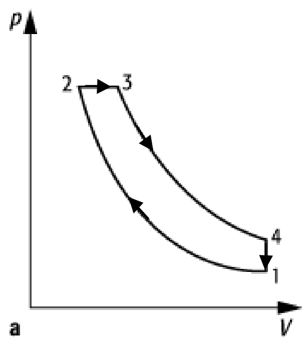
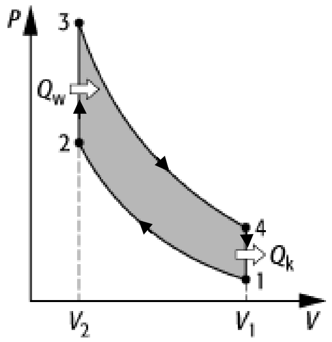
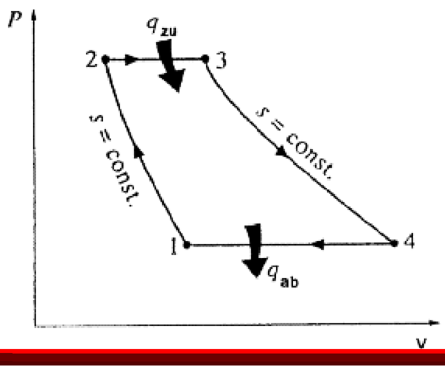
- Der Gaswechsel, d.h. der Austausch des heißen des Abgases durch frische Luft (ohne Arbeit) wird im Modell durch eine isochore Wärmeabgabe beschrieben.

➢ Beispiel**: Dieselmotor**:

- Beim (klassischen) Dieselmotor wird reine Luft maximal (adiabat) komprimiert (*bis zur Grenze der Belastbarkeit Werkstoffe…)*.
- Danach wird Kraftstoff eingespritzt. Es erfolgt Selbstzündung in der heißen Luft. Da der Druck nicht weiter steigen soll, läuft die (im Vergleich zum Otto „*langsame"*) Verbrennung während des Abwärtshubs des Kolbens ab (bei näherungsweise konstantem Druck: Isobare!). (Bei heutigen Dieselmotoren findet ein Teil der Verbrennung oft schon am OT statt. Mit der zusätzlichen Isochore ergibt sich der Seiliger-Prozess.)
- Danach: Adiabatische Expansion der heißen Gase und Gaswechsel (wie beim Ottomotor)

Technische Kreisprozesse,

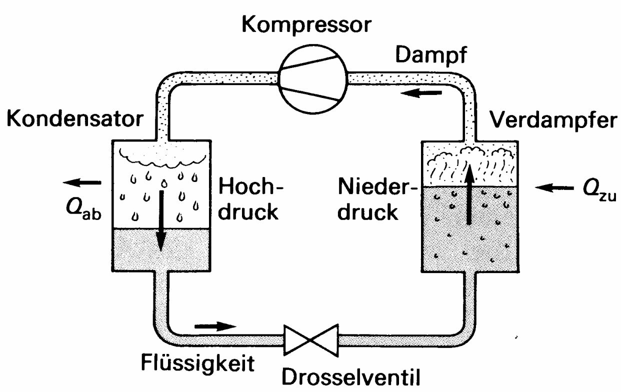
thermischen Wirkungsgrad η_{th} der Vergleichsprozesse

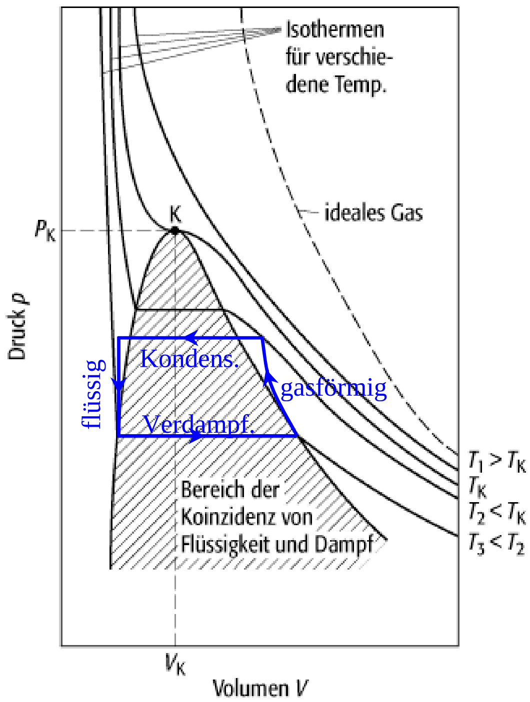
Seiligerprozess (Höchstdruck-begrenzungs-prozess) **2 Adiabaten** **1 Isobare** **2 Isochoren**		$\eta_{th,S} = 1 - \frac{T_5 - T_1}{T_3 - T_2 + \kappa(T_4 - T_3)}$	[Gl.5.6.31.]
Dieselprozess (Gleichdruck-prozess) **2 Adiabaten** **1 Isobare** **1 Isochore**		$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ $\varphi = \frac{V_3}{V_2}$ $\eta_{th,D} = 1 - \frac{1}{\kappa \cdot \varepsilon^{\kappa-1}} \cdot \frac{\varphi\kappa - 1}{\varphi - 1}$	[Gl.5.6.32.]
Ottoprozess (Gleichraum-prozess) **2 Adiabaten** **2 Isochoren**		$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$ $\eta_{th,0} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}}$	[Gl.5.6.33.]
Joule-Prozess (Gasturbine) **2 Adiabaten** **2 Isobaren**		$\eta_{th,J} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$	[Gl.5.6.34.]

Linksläufiger Clausius-Rankine-Prozess, Dampfkältemaschine

Kühlschränke, Tiefkühltruhen und Klimaanlagen (auch im KFZ) verwenden Kältemaschinen, die meist nach dem Kompressorprinzip arbeiten. Dabei wird mit einem Kältemittel ein (natürlich linksläufiger!) Clausius-Rankine-Prozess durchlaufen. Als Kältemittel wurden früher Fluorchlorkohlenwasserstoffe („Freon“, z.B. R22: $CH\,Cl\,F_2$) benutzt, die aber die Ozonschicht schädigen und deshalb heute durch z.B. Propan ersetzt werden sollten.

- Das gasförmige Kühlmittel (Dampf) wird zunächst im Kompressor adiabat komprimiert
- Im Wärmetauscher (*Kondensator,* Rückseite des Kühlschranks) wird Wärme abgegeben und das Gas kondensiert
- Die Flüssigkeit kühlt weiter ab (bis auf Umgebungstemperatur)
- Das flüssige Kühlmittel wird an einem Drosselventil entspannt. Bei der Druckverminderung verdampft ein Teil der Flüssigkeit, die Temperatur sinkt
- Der Rest der Flüssigkeit verdampft im Wärmetauscher im Kühlraum (*Verdampfer*) und entzieht dem Kühlgut so die Wärme.





Der **Absorberkühlschrank** kommt ohne Kompressor aus, arbeitet deshalb lautlos und kann auch mit einer beliebigen **Wärme(!)**quelle (Gas, elektrische Heizung, Sonnenenergie, …) betrieben werden.

Die Absorptionskältemaschine arbeitet mit einem Kältemittel (z.B. Ammoniak), das in einer Lösungsmittel (Wasser) löslich ist. Die Funktion des Kompressors wird nun durch einen Absorber und einen Kocher ersetzt. Im Absorber löst sich das gasförmig vom Verdampfer kommende Kältemittel. Im Kocher wird die Lösung erhitzt und das Kältemittel wieder vom Lösungsmittel getrennt. Genau wie bei der Kompressorkühlmaschine kühlt im nachfolgenden Verflüssiger das (noch unter Druck stehende) Kältemittel ab und kondensiert; im Verdampfer nimmt es Wärme auf und geht wieder in den gasförmigen Zustand.