

Vorläufiges ergänzendes Begleitmaterial zum Kapitel Quanten und Strahlung, insbes. für MI!

4.3 Wellen und Teilchen

Was ist LICHT ?

| | Welle ? | Teilchen ? |
|-----------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Interferenz | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Beugung | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Polarisation | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Dopplereffekt | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Brechungsgesetz, Reflexionsgesetz | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Überlagerung, stehende Wellen | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Überlagerung versch. Freq., Dispersion, (Wellen-) Gruppen | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Photoeffekt, Solarzelle ... | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Geiger-Müller-Zählrohr (u.a. Det.) | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Compton-Streuung | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Röntgenspektrum, Bremsstrahlung | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| LED | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Laser | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

„Licht“ ist *gleichzeitig*

Welle + Teilchen :
 WAVE + PARTICLE = WAVICLE

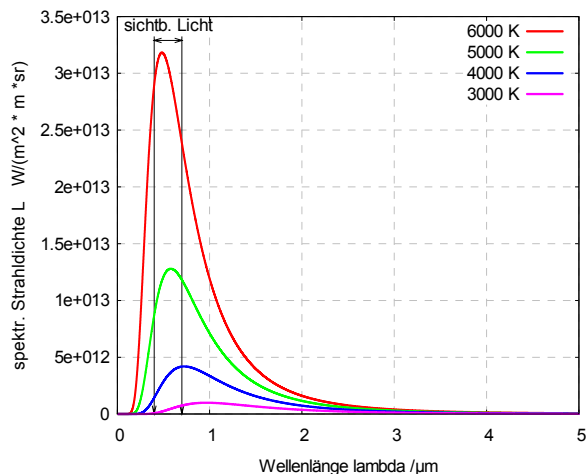
* ... gilt auch für Elektronen, Neutronen, Protonen und andere „Teilchen“

4.3.1.1 Photonen

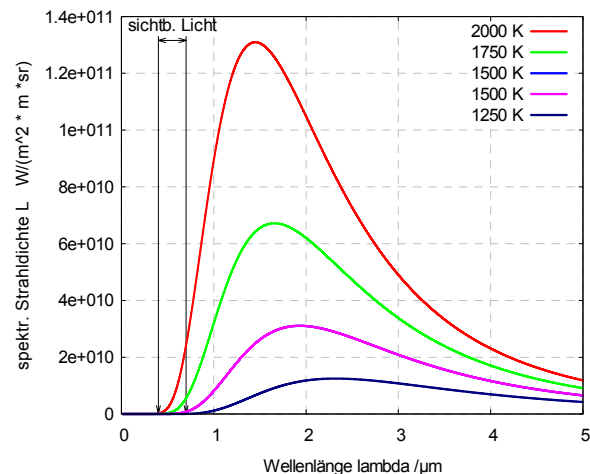
◆ „Wärmestrahlung“ eines Körpers bei Temp. T :

- em-Wellen, Wellenlänge λ ca. 100 nm ... 1 mm
- Intensitätsmaximum, Wellenlänge λ_{\max} ist abh. von Temperatur T : $\lambda_{\max} = \frac{2898 \mu\text{m}}{T / \text{K}}$
- Mit der „klassischen Physik“ (em-Wellen + Thermodyn.) kann Spektrum nicht berechnet werden!

Plancksches Strahlungsgesetz: Wärmestrahlung des "Schwarzen Strahle



Plancksches Strahlungsgesetz: Wärmestrahlung des "Schwarzen Strahle



Max Planck, 1900:

➤ „spektr. Strahldichte“: $L_E(\lambda) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1}$ [Gl.4.3.1.]

Erklärung erfordert eine (*revolutionäre*) Annahme:

➤ Energie wird in diskreten **QUANTEN** (=“PHOTONEN“) aufgenommen und abgegeben

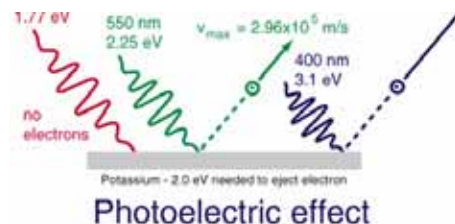
➤ Energie eines Quants: $E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$ [Gl.4.3.2.]

Impuls eines Quants: $\vec{p} = \frac{h}{2\pi} \cdot \vec{k}$, $|\vec{p}| = h \cdot \frac{1}{\lambda}$

➤ Plancksche Konstante : $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ Js [Gl.4.3.3.]

◆ Photoeffekt

- Photoeffekt ist „trägheitslos“ ($< 10^{-11}$ s)
- Strom ist proportional zur Lichtintensität
- Energie der Elektronen ist unabhängig von der Lichtintensität aber abhängig von der Frequenz des Lichts
 $E_e = hf - E_A$ (E_A : Austrittsarbeit)
- Kein Photoeffekt für $f < f_0$



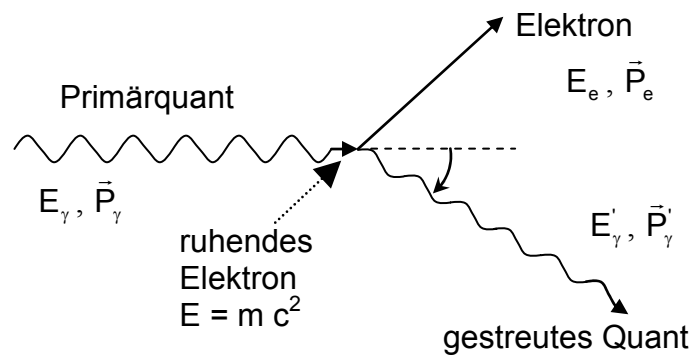
Erklärung:

A. Einstein (1905): Photonen haben Energie hf , um e^- abzulösen ist Austrittsarbeit (typ.: einige eV) nötig, Rest ergibt kin. Energie des e^-

Nobelpreis 1921 für die quantenphysikalische Erklärung des Photoeffekts

◆ Compton-Effekt

- Streuung (harter) Gamma- und Röntgenstrahlung an Elektronen
- Klassisch:
Gestreute Welle hat gleiche Frequenz u. Wellenlänge
- Experiment: Frequenz nimmt ab, Wellenlänge wird größer!



- Teilchennatur der Photonen („ γ -Quanten“)
Quanten werden wie klassische Teilchen elastisch gestreut
- γ -Quant gibt Teil der Energie an Elektron ab
- Energie- und Impulssatz \Leftrightarrow Energie des gestreuten γ (bei Streuwinkel θ)

| |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\textcircled{1} \text{ Energiesatz: } E_\gamma + mc^2 = E'_\gamma + E_e \quad \textcircled{2} \text{ Impulssatz: } \vec{p}_\gamma + \vec{0} = \vec{p}'_\gamma + \vec{p}_e \quad [\text{Gl.4.3.4.}]$ |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

mit ... $E_e = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$ für e^- (Ruhemasse m) [Gl.4.3.5.]

und $E_\gamma = pc$ für γ (Ruhemasse 0) [Gl.4.3.5.]

aus $\textcircled{1}$: $E_e = E_\gamma + mc^2 - E'_\gamma$

aus $\textcircled{2}$: $(\vec{p}_\gamma - \vec{p}'_\gamma)^2 c^2 = \vec{p}_e^2 c^2$

$$\vec{p}_\gamma^2 c^2 + \vec{p}'_\gamma^2 c^2 - 2|\vec{p}_\gamma| \cdot |\vec{p}'_\gamma| \cos\theta \cdot c^2 = \vec{p}_e^2 c^2$$

$$E_\gamma^2 + E_\gamma'^2 - 2E_\gamma E_\gamma' \cos\theta = E_e^2 - m^2 c^4$$

E_e einsetzen, nach E'_γ auflösen ...

| |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{mc^2} \cdot (1 - \cos\theta)} \quad [\text{Gl.4.3.6.}]$ |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|

| |
|-------------------------------------------------------------------------------------|
| $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} \cdot (1 - \cos\theta) \quad [\text{Gl.4.3.7.}]$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------|

m ist die Elektronenmasse, die Rechnung wird einfacher (spez. wenn Energien in keV gegeben sind), wenn man $mc^2 = 511 \text{ keV}$ verwendet.

- Photonen haben Wellen- und Teilcheneigenschaften gleichzeitig
- Ein quantenphysikalischer Zustand („Wellenfunktion“) kann aus einer Überlagerung von verschiedenen „Eigenzuständen“ bestehen, die jeweils zu verschiedenen Werten einer physikalischen Observablen gehören. Unsere Anschauung versagt hier!

Beispiel Doppelspalt: Die klassische Welle geht durch beide Spalte und interferiert. Ein Teilchen geht entweder durch einen oder durch den anderen Spalt. Bei „Quantenobjekten“ (wie z.B. die Photonen) versagt unsere Anschauung. Obwohl unteilbar, es ergibt sich das gleiche Interferenzbild, als ob sie durch beide Spalte





















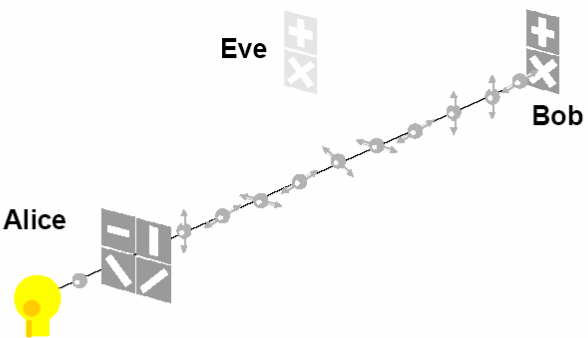










gleichzeitig gelaufen wären. Der phys. Zustand des Photons hinter dem Spalt besteht aus einer Überlagerung der Wellenfunktionen „Spalt 1“ und „Spalt 2“. Wenn man z.B. die Spalte abwechselnd verschließt oder anders misst, durch welchen Spalt ein Photon geflogen ist, dann verschwindet die Interferenz.

Beispiel Polarisation: Licht kann in den Richtungen horizontal/vertikal ($0^\circ / 90^\circ$) oder auch z.B. $+45^\circ / -45^\circ$ linear polarisiert werden. Licht, das beim Sender durch einen $+45^\circ$ Polfilter läuft besteht aus Photonen, deren Zustand auch als Überlagerung von „ 0° “ und „ 90° “ aufgefasst werden kann. Eine Messung beim Empfänger, die zwischen $0^\circ / 90^\circ$ entscheidet, ergibt dann 50% Wahrscheinlichkeit für jeden dieser zwei Möglichkeiten. Nur eine Messung mit der gleichen Orientierung der Polfilter wie bei der Quelle ergibt eine Korrelation mit der Polfilter-Ausrichtung ($+45^\circ$ oder -45°) beim Sender.

Anwendung: Quantenkryptographie, insbes. Verschlüsselung bei der Datenübertragung auf Glasfaserkabeln (siehe unten, www.idquantique.com).

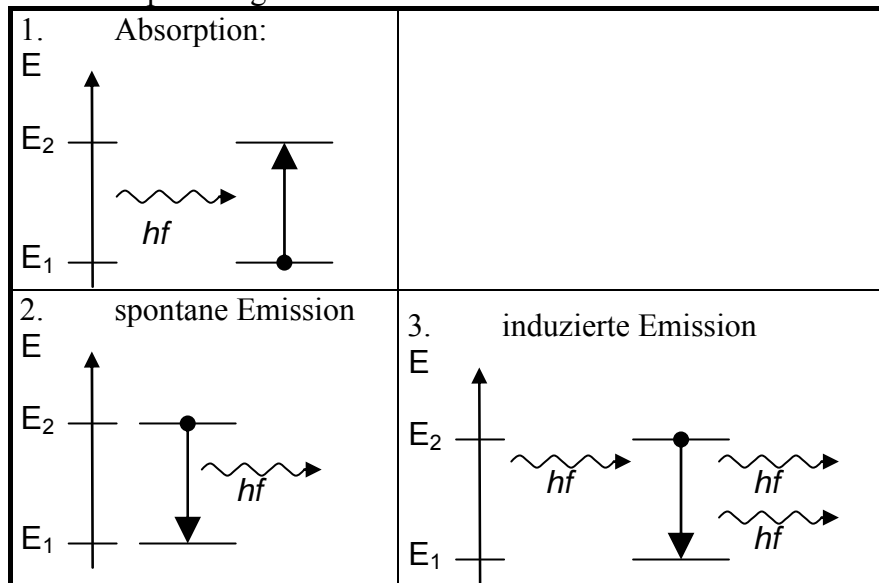
- Nicht nur Photonen haben solche quantenphysikalischen Eigenschaften, sondern auch alle anderen „Teilchen“ in der Mikrophysik (Elektronen, Neutronen, ...). Z.B. kann das Doppelspaltexperiment auch mit Elektronen ausgeführt werden, Neutronenbeugung wird ebenso wie Beugung von Röntgen-„Licht“ zur Aufklärung von Molekül- und Kristallstrukturen benutzt

Beispiel: Quantenkryptographie zur sicheren Übertragung eines Schlüssels (www.idquantique.com):

| Principle | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>The value of each bit is encoded on the property of a photon, its polarization for example. The polarization of a photon is the oscillation direction of its electric field. It can be, for example, vertical, horizontal, or diagonal ($+45^\circ$ and -45°).</p> <p>Alice and Bob agree that:</p> <p style="text-align: center;">"0" =  or </p> <p style="text-align: center;">"1" =  or </p> <p>A filter can be used to distinguish between horizontal and vertical photons; another one between diagonal photons ($+45^\circ$ and -45°).</p> <p>When a photon passes through the correct filter, its polarization does not change.</p> <p style="text-align: center;">       </p> <p>When a photon passes through the incorrect filter, its polarization is modified randomly.</p> <p style="text-align: center;">  or  </p> <p style="text-align: center;">  or  </p> | <div style="text-align: center;">  <p>Alice          Bob</p> <p>Eve </p> </div> <ol style="list-style-type: none"> 1 For each key bit, Alice sends a photon, whose polarization is randomly selected. She records these orientations. 2 For each incoming photon, Bob chooses randomly which filter he uses. He writes down its choice as well as the value he records. <p><i>If Eve tries to spy on the photon sequence, she modifies their polarization.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 3 After all the photons have been exchanged, Bob reveals, over a conventional channel - the phone for example - to Alice the sequence of filters he used. <p><i>If Eve listens to their communication, she cannot deduce the key.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 4 Alice tells Bob in which cases he chose the correct filter. 5 Alice and Bob now know in which cases their bits should be identical - when Bob used the correct filter. These bits form the final key. 6 Finally, Alice and Bob check the error level of the final key to validate it. |

Emission und Absorption von Photonen

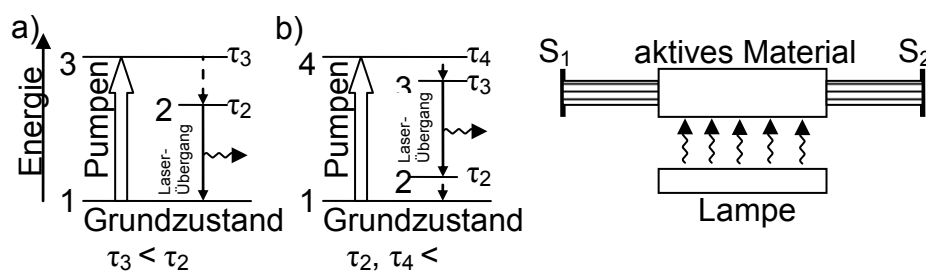
- Übergänge zw. Energiestufen eines Atoms
- Energiedifferenz $E_2 - E_1$
entspr. Energie des emittierten bzw. absorbierten Photons



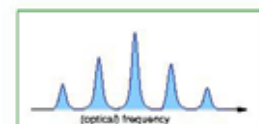
... zu 3. „induzierte Emission“:

LASER (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation)

- „Pumpen“ \Rightarrow Besetzungsinversion
(höheres E-Niveau stärker besetzt als niedrigeres)
- spontane Emission \Rightarrow Photonen
- Wechselwirkung mit angeregtem Atom, induzierte Emission
(phasengerechte) Verstärkung der „Welle“ \Rightarrow Lawinenbildung
- optischer Resonator (zw. 2 Spiegeln) \Rightarrow stehende Welle



- Zur Herstellung der Besetzungsinversion ist ein 3- oder 4-Niveausystem mit einem relativ langlebigen Zwischenzustand erforderlich.
- Für den Verstärkungseffekt ist der optische Resonator zwischen den Spiegeln entscheidend. Er kann mit verschiedenen Eigenfrequenzen schwingen (siehe „stehende Wellen“!). Um zu „lasern“ muss die Gesamtverstärkung groß genug sein. Innerhalb der Linienbreite der Spektrallinien des Laserübergangs können mehrere Eigenfrequenzen des opt. Resonators liegen, so dass der Laser mit mehreren Frequenzen schwingen kann. Der Frequenzabstand Δf ergibt sich aus der Länge des Resonators (analog zur schwingenden Saite oder zur Orgelpfeife - s. stehende Wellen!)

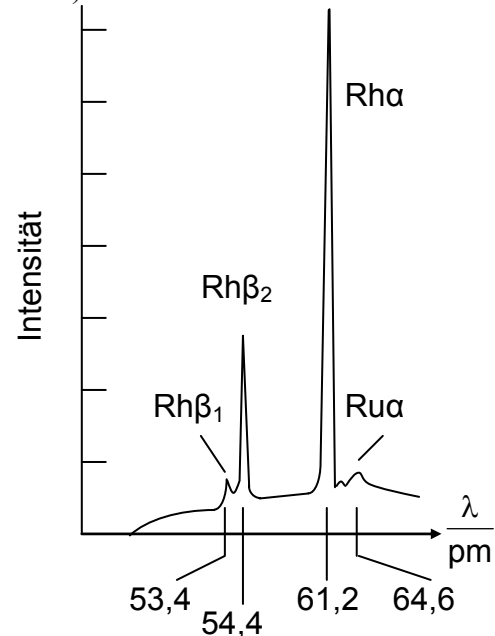
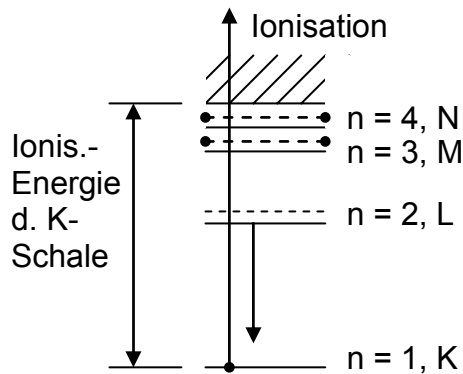


Erzeugung (hochenergetischer) Quanten

1) Spontane Emission

Übergänge zwischen Zuständen versch. Energie ...

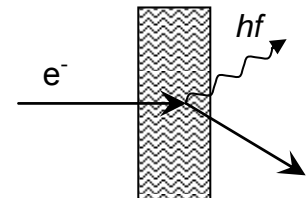
a) in Atomhülle (innere Schalen, bis ca. 100 keV)



b) im Atomkern bis ca. ... 2 MeV

2) Bremsstrahlung

- Schnelles Elektron wird gebremst
- gibt seine Energie (teilweise) durch Abstrahlung eines Photons ab (Maximalenergie = Energie des e^-)



Anwendung:

- Röntgenröhre
- Erzeugung von Gammastrahlung im Linearbeschleuniger

Röntgenröhren und Linearbeschleuniger

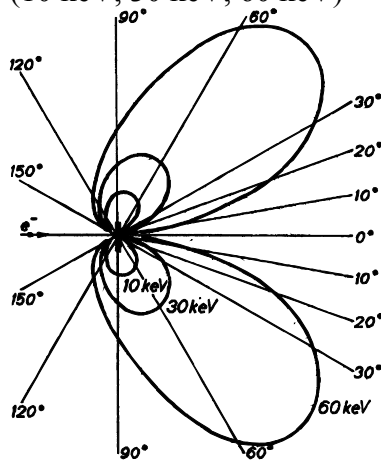
Erzeugung von Röntgen- und harter Gammastrahlung

📖 hierzu z.B.: Krieger/Petzold, Strahlenphysik, Dosimetrie u. Strahlenschutz, Band 2, Teubner Verlag

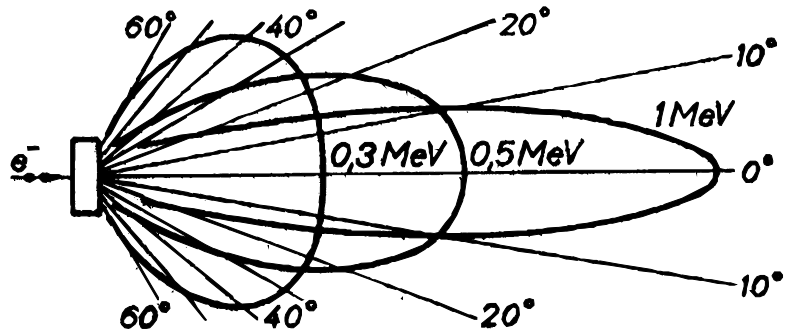
Bremsstrahlung

Winkelverteilung

a) niedrige Energie
(10 keV, 30 keV, 60 keV)

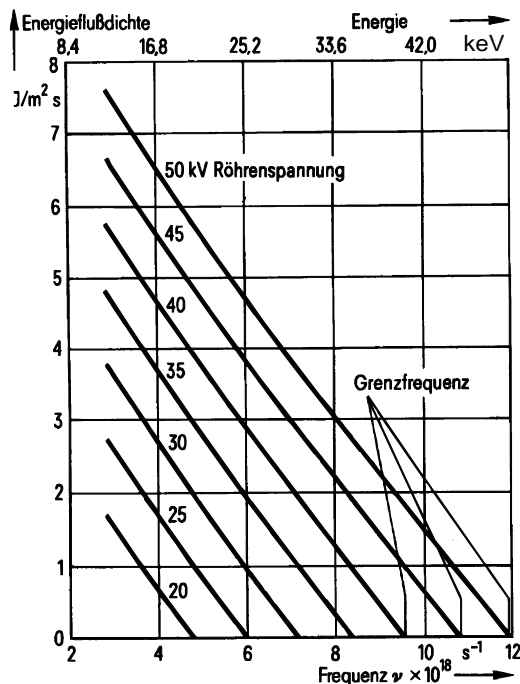


b) hohe Energie
(300 keV, 500 keV, 1000 keV)

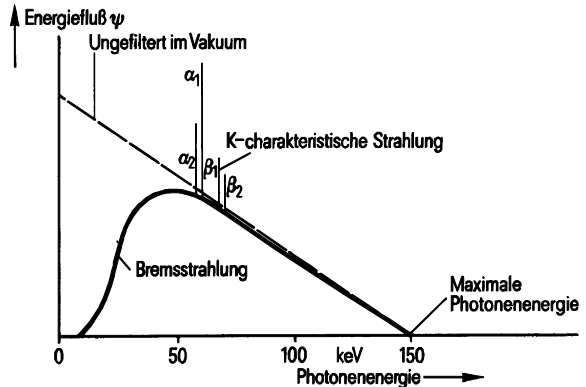


Spektrum der Röntgenstrahlung

Abhängigkeit von e-Energie



Einfluß der Filterung durch das Austrittsfenster (u. evtl. zusätzlicher Filter)



Von der urspr. kin. Energie der Elektronen wird nur ein (kleiner) Teil in als Bremsquanten abgestrahlt, der Rest wird durch Stöße mit Elektronen u. Atomkernen im Target letztlich in Wärme umgewandelt.

Diese „**Bremsstrahlungsausbeute** η “ hängt von der Ordnungszahl Z des Targetmaterials (Wolfram : $Z = 74$) und von der Elektronenenergie bzw. Röhrensprechung ab.

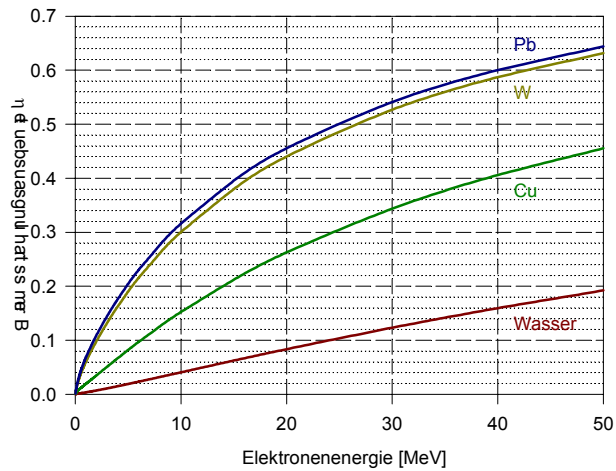
Bis zu einigen 100 kV gilt näherungsweise $\eta \approx 1.1 \cdot 10^{-9} \cdot U \cdot Z$.

Bei 100 kV erhält man z.B für Wolfram ca. **1 % Strahlung** und **99 % Wärme!**

Die Ableitung der Verlustwärme stellt ein großes Problem dar.

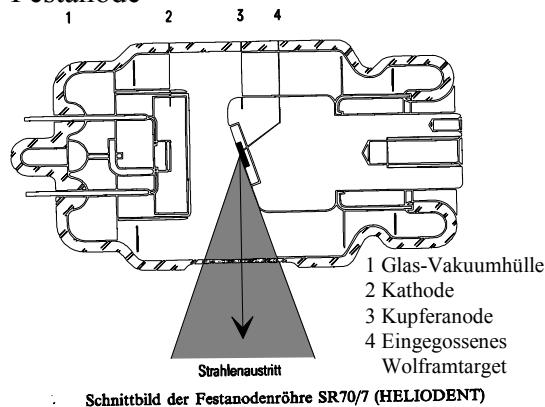
Eine bessere
Bremsstrahlungsausbeute ergibt
sich beim Linearbeschleuniger:
z.B. $\eta = 44\%$ bei 20 MeV
(W-Target).

Bremsstrahlungsausbeute

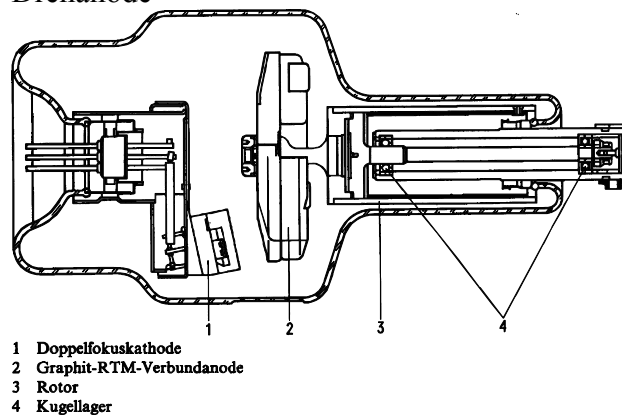


Röntgenröhren

Festanode

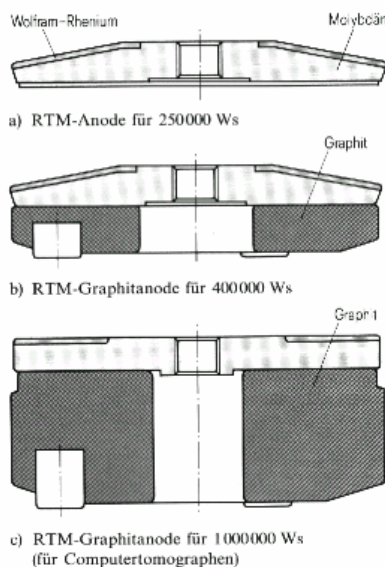


Drehanode



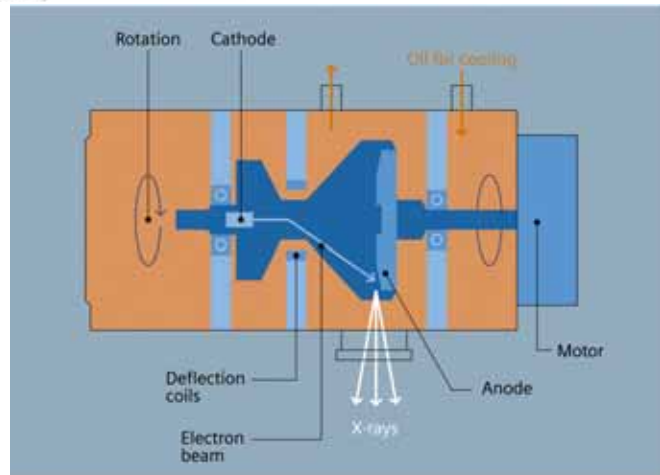
Hochleistungs-Drehanodenröhre für Computertomographie

Anodenaufbau



Direktgekühlte Röntgenröhre
(Siemens „Straton“, 2004):

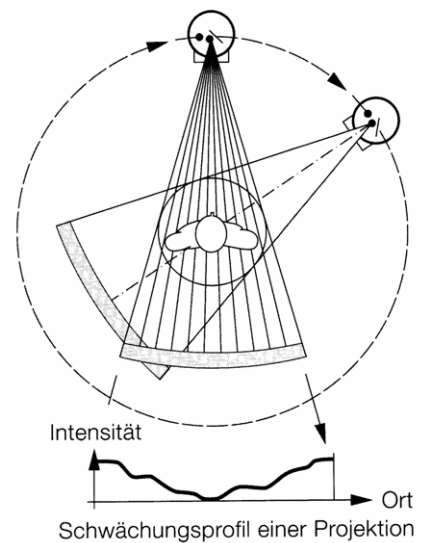
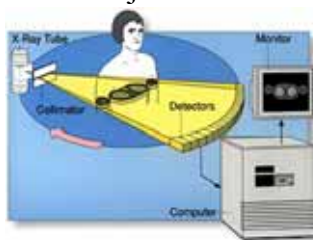
- Anodenteller bildet Boden der Röhre
- ganze Röhre rotiert
- Kühlung über Wärmeleitung in Metall (statt Strahlung im Vakuum)
- Elektronenkanone sitzt auf Drehachse
- magn. Ablenkung der Elektronen zum Fokus



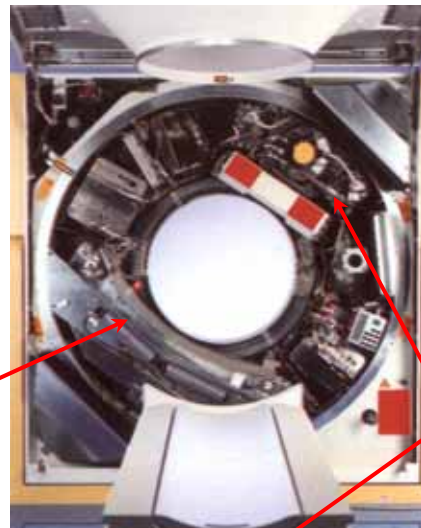
Röntgen - Transmissions - Computertomographie

Prinzip:

- Objekt wird aus versch. Richtungen durchstrahlt
- Schwächungskoeffizient μ für Röntgenstrahlung wird aus Intensitäts-Abschwächung $\sim e^{-\mu x}$ bestimmt
- Mathematische Schnittbildrekonstruktion $\mu(x, y)$ aus vielen Projektionen unter verschiedenen Winkeln

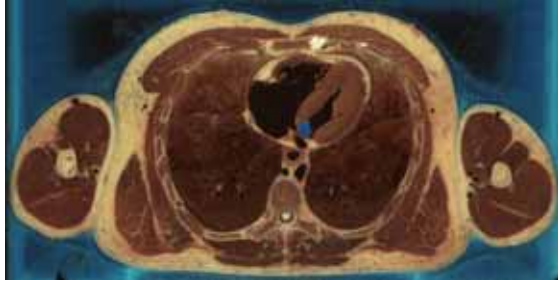


CT-Gerät „Siemens Somatom“



Detektor, z.B.
1,1 mm Raster,
1536 Messkanäle

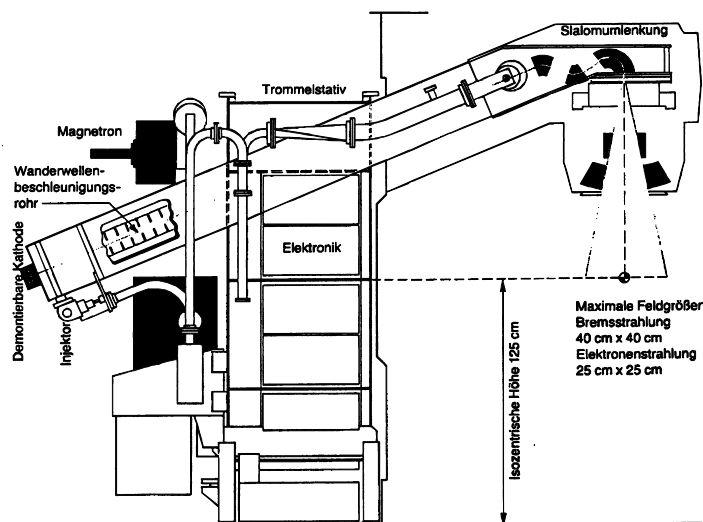
Röntgenstrahler:
70 – 140 kV
max. 40 kW



“Original“ CT-Schnittbild

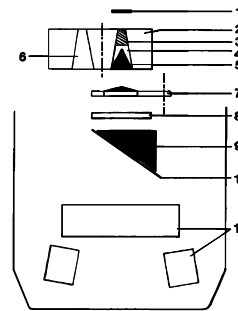
Linearbeschleuniger

- Linearbeschleuniger
→ beschleunigt Elektronen,
Energie „typisch“ $E_e = 20 \text{ MeV}$
- e^- treffen auf (Wolfram-) „Target“,
erzeugen **Bremsstrahlung**, $\bar{E}_\gamma \approx 6 \text{ MeV}$
- Patient wird mit dieser γ -Strahlung
(aus versch. Richtungen, nach vorher zu
berechnendem Bestrahlungsplan!) bestrahlt,
Zielgebiet (Tumor) ist dabei im „Isozentrum“



Querschnitt durch Philips
Linearbeschl. „SL20“

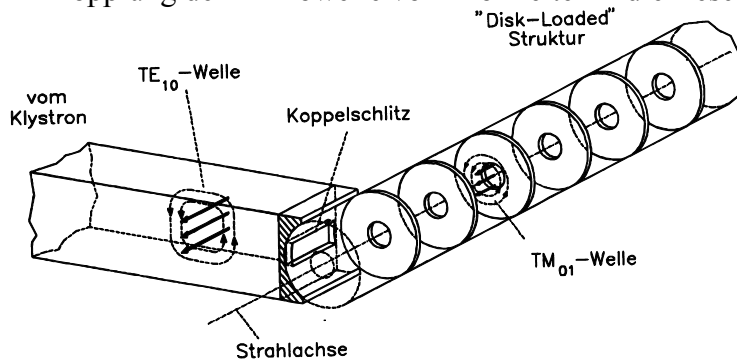
X-ray beam Configuration



1. X-ray target
2. Rotating primary collimator
3. Beam hardening filter
4. High power X-ray mode collimator
5. Low atomic number flattening filter
6. Electron & low power X-ray mode collimator
7. Low power X-ray mode flattening filter
8. Low surface density, sealed, dual ionization chamber
9. Motorized wedge filter
10. Mylar mirror
11. X-ray diaphragm

Aufbau des Strahlerkopfes:

Einkopplung der Mikrowelle vom Hohlleiter in die Beschleunigerröhre



Elektronenbeschleunigung und Energiegewinn

Die Elektronen werden im Linearbeschleuniger durch ein starkes longitudinales elektrisches Feld beschleunigt. Durchlaufen die e^- eine Spannungsdifferenz ΔU , so gewinnen sie die kin. Energie $\Delta E_{kin} = e \cdot \Delta U$. Es ist aber praktisch nicht möglich, e^- durch eine Gleichspannung von z.B. 20 Mio. Volt zu beschleunigen. Deshalb wird mit hochfrequenten (z.B. $f = 3$ GHz) Wechselfeldern gearbeitet. In einem „Hohlraumresonator“ mit großer **Güte Q** (s. Kap. 4.1.3) können im Resonanzfall em-Felder mit sehr großer Amplitude erzeugt werden.

Die Elektronen erhalten dabei sehr große Geschwindigkeiten,

→ es muß „relativistisch“ gerechnet werden (s. Kap. 2.3 !)

Insbesondere darf für den Zusammenhang zw. Geschwindigkeit v und kin. Energie E_{kin} **nicht** die Beziehung $E_{kin} = \frac{1}{2} m_0 v^2$ verwendet werden (diese gilt nur für $v \ll c$). Die kinetische Energie ergibt sich „relativistisch“ zu

$$E_{kin} = m_0 c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \quad [\text{Gl.4.3.8.}]$$

mit

m_0 = Elektronen-(Ruhe-) Masse,
 c = Lichtgeschwindigkeit

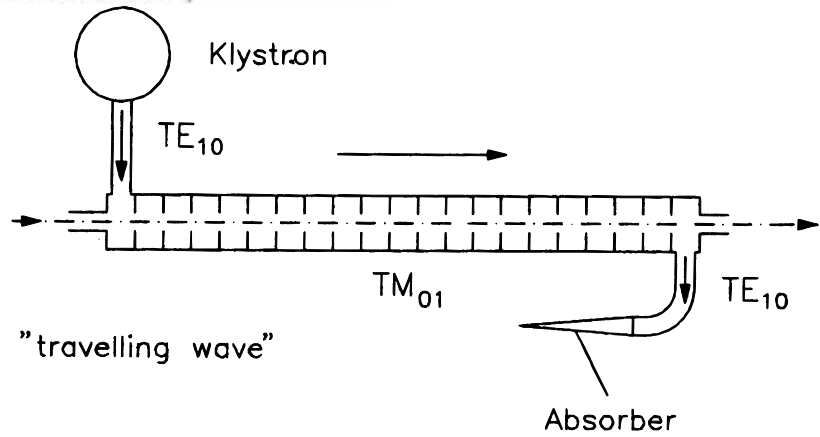
es ist $m_0 c^2 = 511$ keV (für e^-) !

Schon wenn die Elektronen eine kin. Energie von ca. 3 MeV haben, bewegen Sie sich mit **99 %** der Lichtgeschwindigkeit. Danach werden sie fast nicht mehr schneller, lediglich Impuls und Energie nehmen weiter zu! Nur am Beginn der Beschleunigungsstrecke muß die „kleine“ Elektronengeschwindigkeit und die Geschwindigkeitszunahme berücksichtigt werden. Danach fliegen die Elektronen konstant mit $v \approx c$!

Wanderwellenbeschleuniger:

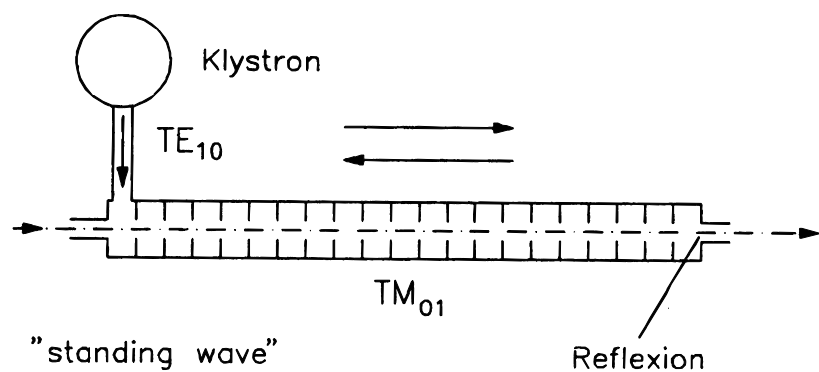
Phasengeschw. der em-Wellen im Beschleunigerrohr muß gleich Elektronengeschw. sein!

⇒ Elektronen „surfen“ auf der Welle !



Stehwellenbeschleuniger:

Welle wird am Ende reflektiert
 ⇒ stehende Welle



Fortsetzung folgt