PHYSIK

0. Einführung

Physik - was ist das ?

Was ist Physik ? Schlagen Sie einmal in Ihrem Lexikon die Definition von „Physik“ nach! Bei Wikipedia (http://de.wikipedia.org, Stand Oktober 2006) findet sich folgender Eintrag:

> „Die **Physik** (griechisch *φυσική, physike* „die Natürliche“) ist eine Naturwissenschaft. Sie beschäftigt sich mit den grundlegenden Zusammenhängen zwischen Ursachen und Wirkungen in erfahrbaren Erscheinungen der Natur. … Die Physik bedient sich dabei der Methoden der Logik und der Mathematik.
>
> Die Physik beschreibt die Natur quantitativ mittels naturwissenschaftlicher Modelle, so genannter Theorien, und ermöglicht damit insbesondere Vorhersagen über das Verhalten der betrachteten Systeme. Dazu verwendet die Physik die Sprache der Mathematik.
> …“

- **PHYSIK** ist **DIE** grundlegende Naturwissenschaft
- Andere Naturwissenschaften (Chemie, Biologie, Geologie, …) bauen darauf auf und wenden die **physikalischen Gesetze** an
- **Physik** untersucht Naturgesetze:
  - Naturgesetze gelten überall gleich!
  - Naturgesetze ändern sich nicht[1]!
  - Naturgesetze können nicht missachtet werden!
- **Physik** ist Grundlage der Technik. Ingenieure setzen Physik in Technik um.
- **Physik** ist die wichtigste Grundlagenwissenschaft, auf der alle Ingenieursdisziplinen aufbauen

Methodik der Physik

(und anderer Naturwissenschaften)

Wissenschaftliche Arbeit verwendet Deduktion (Schlussfolgerung) und Empirie (Erfahrung) um zu neuen Erkenntnissen zu kommen. Aus Beobachtungen/Experimenten schließt man durch Abstraktion auf allgemeine Zusammenhänge, die meistens in Form eines mathematischen Modells formuliert werden.. Um einen allgemeinen Zusammenhang zu finden muss man das Problem zunächst vereinfachen, von Störeinflüssen absehen. Erst später kann man mehr und mehr in Detail gehen und das Modell vervollständigen. Eine solche Suche nach allgemeinen Zusammenhängen ist somit stets mit einer Abstraktion verbunden.

Ein typisches Beispiel dafür, wie auf diese Weise ein Naturgesetz gefunden wurde (und im Laufe der Jahrhunderte immer weiter verfeinert und verallgemeinert wurde) sind die Fallgesetze. Der Philosoph Aristoteles (384 v. Chr. – 322 v. Chr.) glaubte noch, dass en Körper mit konstanter Geschwindigkeit fällt, wobei diese Geschwindigkeit vom Gewicht des Körpers abhängen sollte. Galilei (1590) untersuchte dieses Alltagsphänomen mit naturwissenschaftlichen Methoden. Er führte Versuche mit „Fallrinnen“ durch und schloss aus seinen Beobachtungen und Messungen (mit für heutige Verhältnissen bescheidener Genauigkeit), dass alle Körper gleich schnell fallen und die Geschwindigkeit dabei proportional zur Fallzeit zunimmt. Galilei konnte aber noch keine

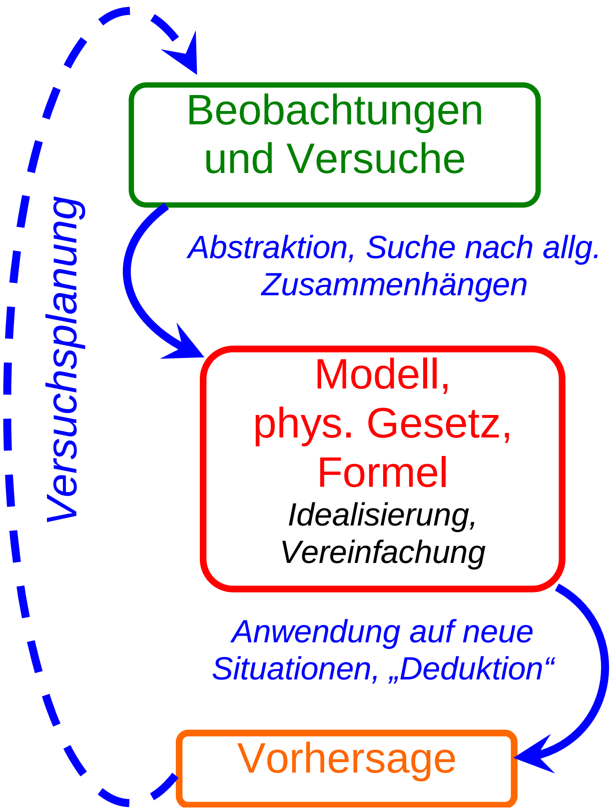
[1] Naturgesetze können aber wohl verbessert, ergänzt oder verfeinert werden. Z.B. kann es sein, dass sich herausstellt, dass ein „altes“ Naturgesetz nur in einem gewissen Bereich gültig ist oder nur eine Näherung darstellt. Ein „neueres“, „besseres“ Naturgesetz sollte dann das „alte“ beinhalten. Das „alte“ Naturgesetz wird dann nicht als „falsch“ sondern als „nur eingeschränkt gültig“ bezeichnet.

Experimente durchführen, bei denen der Luftwiderstand (und sonstige Reibungseffekte) völlig ausgeschlossen waren. Er schloss aber aus seinen Experimenten, dass alle Körper gleich schnell fallen, wenn der Luftwiderstand vernachlässigbar ist. Erst nachdem die Luftpumpe erfunden war (Otto von Guericke, 1649) konnte Boyle 1659 Fallexperimente im Vakuum durchführen, die Galileis Gesetze bestätigten.

1666 stellte Newton seine Gravitationstheorie auf, die Gewichtskraft und freien Fall eines Körpers auf der Erde, die Planetenbahnen und die Bahn des Mondes um die Erde mit einem einheitlichen Modell beschrieb. Im 20. Jahrhundert entwickelte Einstein eine Theorie der Gravitation („Allgemeine Relativitätstheorie"), die das newtonsche Gravitationsgesetz als Spezialfall enthält. An einer Quantentheorie der Gravitation (mit deren Hilfe wir die Gravitation und den Zusammenhang mit anderen Kräften „wirklich" verstehen könnten) wird noch heute gearbeitet.

Aus Beobachtungen und Versuchen wird also eine Hypothese aufgestellt und ein Modell entwickelt. Diese Modell wird dann auf andere Fälle angewendet (Bsp. Fallgesetze/Gravitation: Anziehungskraft müsste auch für Mond und Planeten gelten). Mit dem Modell wird also eine Vorhersage entwickelt, die durch neue Beobachtungen und Versuche überprüft wird.

Ein interessanter Punkt dabei ist, dass Naturgesetze durch Versuche nicht „bewiesen" werden können. Versuche können höchstens die Übereinstimmung mit dem Modell in einem gewissen Bereich, mit einer gewissen Genauigkeit zeigen. „Interessant" wird es in der Physik deshalb immer dann, wenn ein Experiment <u>nicht</u> das vorhergesagte Ergebnis liefert! Ergibt ein neues Experiment einen Widerspruch zu einem bekannten physikalisches Gesetz („Falsifikation"), so muss dieses Gesetz verfeinert werden oder zumindest der Gültigkeitsbereich dafür eingeschränkt werden.



Physik für Ingenieure

Zitat aus dem Wikipedia-Artikel Technik: „Technik kann als die Fähigkeit des Menschen verstanden werden, Naturgesetze, Kräfte und Rohstoffe zur Sicherung seiner Existenzgrundlage oder zur Befriedigung seines Bedürfnisses zur Selbstverwirklichung sinnvoll einzusetzen oder umzuwandeln."

Einige Beispiele, wie physikalische Grundlagen in „Technik" umgesetzt wurden:

➢ Laser	Theoretische Grundlagen: A. Einstein	
	erster funktionierender Laser	1960
	Physik-Nobelpreis (Townes/Bassow/Prochorow)	1964
	Anwendung: – *allg. bekannt ! -*	1975+x

➢ Halbleiter	Theoretische Grundlagen: Quantenphysik, Festkörperphysik (Einstein, Bohr, Planck, Heisenberg, Schrödinger,…)	1920+x
	Patent für Prinzip des Feldeffekttransistors (Lilienfeld)	1928
	Erster funktionierender Transistor:	1947
	Physik-Nobelpreis für Transistor (Schockley/Bardeen/Brattain)	1956
	Physik-Nobelpreis für ICs/Mikrochips (Kilby)	2000
	Anwendung: Halbleiterelekronik	1960+x
➢ GMR[2]	Grundlagen: Elektronenspin (Stern/Gerlach, Pauli)	1922
	Quantenelektrodynamik (QED[3])	1940…
	Nobelpreis Stern	1943
	Nobelpreis Pauli	1945
	Nobelpreis(für QED) Feynman/Schwinger/Tomonaga	1964
	Entdeckung des GMR-Effekts durch Grünberg u. Fert	1988
	Erste Anwendung in komerziellen Festplatten(IBM)	1997
	Physik-Nobelpreis (Fert/Grünberg)	**2007**
	Neue Technologie „Spintronik“	20xx ??

⇨ Weitere Beispiele (mehr dazu finden Sie selbst im WWW!):

- Röntgenstrahlung, Radon-Transformation (Mathematik) ⇨ **Computertomographie**
- Kernspin, magnetische Momente, Kernspinresonanz ⇨ **Kernspintomographie**
- Antimaterie, Positron, Annihilation ⇨ **Positronen-Emissions-Tomographie**
- Quantenphysik, Tunneleffekt ⇨ **Rastertunnelmikroskop**
- Teilchenbeschleuniger, Synchrotronstrahlung ⇨ **LIGA-Verfahren**

Der Schritt von physikalischen Grundlagen in die Anwendung in der Technik geschieht immer schneller. Beim GMR-Effekt hat es weniger als ein Jahrzehnt gedauert, bis neue Erkenntnisse aus der physikalischen Forschung in kommerziellen Produkten eingesetzt wurden.

Blicken wir noch einmal in die Vergangenheit: Die Großeltern (und evtl. auch die Eltern) der heutigen Studierenden haben im Studium noch nicht gelernt, was ein Laser ist oder was man damit machen kann (Nobelpreis 1964 an Townes/Bassow/Prochorow "für grundlegende Arbeiten auf dem Gebiet der Quantenelektronik, die zur Konstruktion von Oszillatoren und Verstärkern auf der Basis des Maser-Laser-Prinzips führten"). Heute kann sich kaum jemand vorstellen, wie die Technik ohne Leuchtdioden, Laser etc. auskommen könnte. Ing.-Studenten der 60-er Jahre (oder früher) haben sicherlich im Studium nichts über Halbleiter, Mikrochips und Laser gelernt und trotzdem im Laufe Ihres Berufslebens damit reichlich zu tun gehabt! Den heutigen Studierenden wird es nicht anderes ergehen. Sie werden als Ingenieure physikalische Effekte, die heute oder morgen Thema der aktuellen Grundlagenforschung sind, in alltagstaugliche Technik umsetzen.

[2] engl. **G**iant **M**agneto **R**esistance, „Riesen-Magnetwiderstand“, ein 1988 entdeckter quantenmechanischer Effekt, der auf der spinabhängigen Streuung von Elektronen beruht und inzwischen in Magnetfeld-Sensoren u.a. bei Festplatten und selbst in der Automobilindustrie angewendet wird. Albert Fert (F) und Peter Grünberg (D) erhalten 2007 den Nobelpreis in Physik für die Entdeckung des GMR-Effekts.

[3] QED: Von Feynman, Schwinger und anderen entwickelte Theorie, mit der u.a. die Streuung von Elektronen berechnet werden kann. Eine der genauesten und am besten geprüften Theorien überhaupt!

- **Niemand kann heute sagen, mit welchen Techniken die heutigen Ing.-Studierenden während ihres Berufslebens konfrontiert werden!**

Gerne würden wir deshalb unseren Studierenden in den ersten Semestern Vorlesungen über moderne Physik (ab 20. Jahrhundert) anbieten. Die Inhalte wären dann Quanten-, Atom-, Kern- und Festkörperphysik, Relativität etc. Praktisch scheitet dies natürlich daran, dass in dieser Phase noch niemand die nötigen Vorkenntnisse in Physik und Mathematik hat (selbst im Physikstudium werden diese Gebiete typischerweise erst ab dem 4. oder 5. Semester behandelt).

Ingenieure brauchen Faktenwissen. Allerdings veraltet Faktenwissen schnell. Wer glaubt, mit Faktenwissen allein brillieren zu können, der studiert gegen moderne Datenbanken an! Natürlich sollen und werden Sie in Physik auch Faktenwissen erwerben. Im Vordergrund stehen aber

- Methodische Kompetenzen
- Verständnis von Zusammenhängen
- **Vernetzung** verschiedener Gebiete (Mechanik, Thermodynamik, Fluide, Akustik, Optik, elektromagnetische Felder, Wellen, …)
- Anwendung der Mathematik als Werkzeug

In der Vorlesung „**Physik für Ingenieure**“ sollen Sie deshalb vor allem an Hand ausgewählter Kapitel aus der „klassischen Physik“

- die Methodik des technisch-wissenschaftlichen Arbeitens kennen lernen,
- ein möglichst breites Rüstzeug für Ihr weiteres Studium und Ihr Berufsleben erhalten,
- Zusammenhänge sehen, die es Ihnen leichter machen, die technischen Disziplinen (Mechanik, Elektrotechnik, …) zu verstehen,
- und später der Lage sein, sich das benötige spezielle Fachwissen selbständig zu erarbeiten.

Zum Rüstzeug für Ihr weiteres Studium und Berufsleben gehört …

- Umgang mit physikalischen Größen (Einheiten, Größengleichungen etc.)
- Kenntnis der wichtigsten physikalischen Grundbegriffe und Zusammenhänge
(Bsp.: Geschwindigkeit, Beschleunigung, Energie, …)
- Umsetzung mathematischer Methoden,
Übertragung der Mathematik auf physikalische und technische Probleme
- …

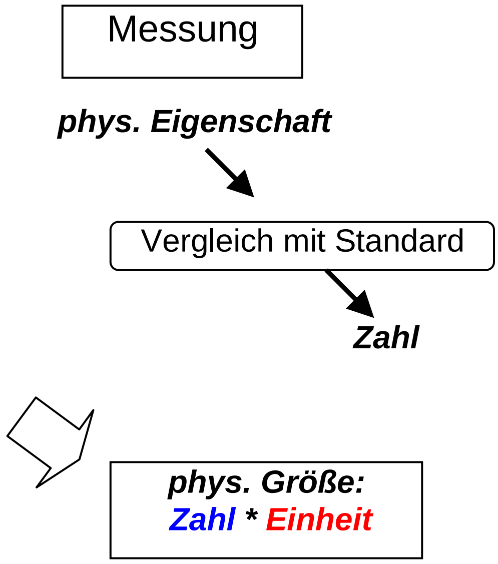
0.1 Physikalische Größen

0.1.1 Messung, Einheiten

Eine physikalische Messung vergleicht eine physikalische Eigenschaft mit einem Standard. Als solche Standards werden Einheiten festgelegt. Einheiten sind also Vergleichsgrößen.

Das Ergebnis einer Messung (oder einer Berechnung) besteht immer aus zwei Teilen, einer qualitativen und einer quantitativen Aussage:

- qualitative Aussage:
  Art der Größe ⇨ **Einheit**
- quantitative Aussage:
  Zahlenwert



Zur vollständigen Angabe eines Messergebnisses gehört allerdings noch zusätzlich die Angabe der Genauigkeit, der „Messunsicherheit“ (früher: „Messfehler“). Dies wird im Rahmen des Praktikums Physik behandelt (siehe Skript „Fehlerrechnung“).

Eine **physikalische Größe** ist das Produkt aus **Zahlenwert * Einheit**

Wir schreiben für die Größe „X“ :

$$X = \{X\} \cdot [X]$$ [Gl.0.1.1.]

Dabei bedeutet

- $\{X\}$ „Zahlenwert von X“
- $[X]$ „Einheit von X“

Beispiel: m = 0,25 kg . Dann ist $\{m\} = 0{,}25$ und $[m] = \mathrm{kg}$

Hinweis: Angaben wie „ m = 0,25 [kg] „ sind zwar weit verbreitet,
aber trotzdem genau genommen falsch!

Zur Schreibweise:

- Physikalische *Größen* werden ***kursiv*** geschrieben. Beispiel: m (für Masse)
- Einheiten, mathematische Konstanten und mathematische Funktionen (mit festgelegten Namen) werden **gerade** geschrieben. Beispiel: m (für Meter)
- Nach Personen benannte Einheiten werden GROSS, Beispiel: A (für Ampere)
  andere Einheiten werden klein geschrieben Beispiel: m (für Meter)

Physikalische Größen sind invariant gegenüber einem Wechsel der Einheiten. Zum Beispiel bezeichnen m = 250 g und m = 0,25 kg oder m = 3000 kg und m = 3 t jeweils die gleiche Masse.

- In einer Gleichung müssen **links und rechts** vom Gleichheitszeichen sowie **vor und hinter** „+“ oder „-“ immer Größen der gleichen Art (mit gleichen Einheiten ausdrückbar) stehen!
  - $X = Y$ kann nur richtig sein, wenn auch $[X] = [Y]$
  - Bei $X = Y \pm Z$ gilt auch $[Y] = [Z]$
  - <u>**Sinnlos**</u> sind deshalb Ausdrücke wie $230\,\mathrm{V} = 16\,\mathrm{A}$, $2\,\mathrm{kW} = 48\,\mathrm{kWh}$, $v = 7\,\mathrm{m} + 3\,\mathrm{s}$ falsch!

- Transzendente mathematische Funktionen (sin(…), cos(…)[4], exp(…), ln(…), …) haben immer Argumente ohne Einheiten!
  - Es gibt deshalb weder $\sin(17{,}2\,\mathrm{s})$, noch $\ln(10^5\,\mathrm{Pa})$ oder $e^{2{,}8\,\mathrm{m}}$. falsch!

Weitere Hinweise zum korrekten Umgang mit Größen, Einheiten und Gleichungen finden Sie z.B. in Ihrem Physikbuch, auf den Internetseiten der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB, http://www.ptb.de) oder dem NIST (Pendant zur PTB in den USA, http://physics.nist.gov). Auch verschiedene Firmen-Broschüren bieten eine gute Zusammenfassung der entsprechenden Vorschriften und Normen (z.B. die Broschüre der Fa. Rohde & Schwarz).

- Beachten Sie dazu auch die Literaturhinweise sowie die Links auf der Webseite („Inhaltsübersicht …“)!
- Schauen Sie in <u>Ihrem</u> Physikbuch nach, wo die Tabellen mit Einheiten und Naturkonstanten zu finden sind! Benutzen Sie diese!
- Beschäftigen Sie sich (gerade am Anfang des Studiums!) intensiv mit diesem Thema. Nutzen Sie jede Rechnung und jede Übungsaufgabe, um Einheiten nachzurechnen und Einheiten umzurechnen!

Es ist unglaublich, wie viele Fehler beim Umgang mit Einheiten gemacht werden
und wie viele Rechenfehler in Klausuren die Studierenden selbst finden könnten, wenn sie die Hinweise in diesem Kapitel beachten würden!

[4] Winkel sind im Bogenmaß einzusetzen; im Bogenmaß gilt: $[\alpha] = \mathrm{rad} = \mathrm{m} \cdot \mathrm{m}^{-1} = 1$

0.1.1.1 Das SI-Einheitensystem

Wir verwenden das International übliche „SI-Einheitensystem, das in Deutschland durch Normen und Gesetze vorgeschrieben ist. Es entstand aus dem „MKSA-System (**M**eter-**K**ilogramm-**S**ekunde-**A**mpere“, das noch um die Einheiten Kelvin, Mol und Candela erweitert wurde.

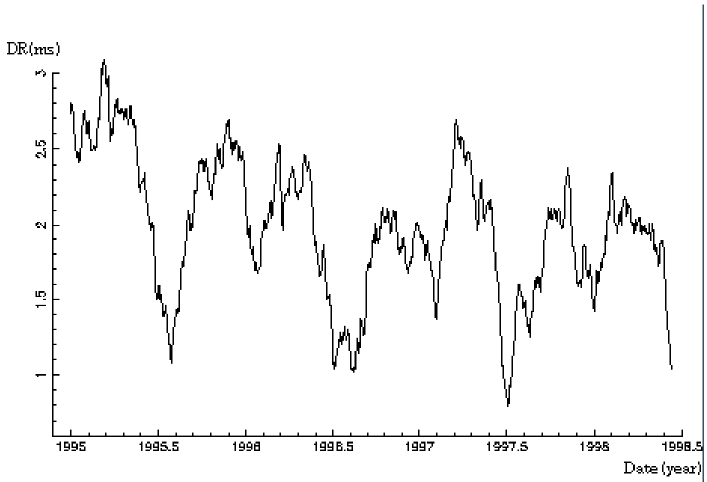
- **Basiseinheiten** des SI-Systems
  Basiseinheiten sind Einheiten, die eigenständig definiert wurden und somit nicht durch andere Basiseinheiten dargestellt werden

	Einheit	Formelz.	Definition, Bemerkungen
Zeit	Sekunde	s	Frequenz der Cäsium-Atomuhr
Länge	Meter	m	Lichtgeschwindigkeit ist im SI-System auf 299792458 m/s festgelegt, Definition der Längeneinheit über Laufzeit von Licht!
Masse	Kilogramm	kg	Noch (Stand 2006): Prototyp („Ur-kg“), aufbewahrt bei BIPM in Paris. Letzte SI-Basiseiheit, die durch Prototyp realisiert ist. Für heutige Ansprüche ungenügende Genauigkeit. Baldige Einführung einer neune Definition ist zu erwarten. Einzige Basiseinheit, die ein „Vorsatzzeichen“ (k für kilo, 10^3) beinhaltet!
elektr. Strom	Ampere	A	Definiert über magnetische Kraft zwischen zwei stromdurchflossenen Leitern. Dadurch wird die Konstante μ_0 festgelegt auf $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$
Temperatur	Kelvin	K	internationale Temperaturskala (ITS-90), 0 K ≙ „absoluter Nullpunkt“, 273,16 K ≙ 0,01°C (Tripelpunkt des Wassers) Geplant (für >2010 ?): Neudefinition des Kelvin durch Festlegung der Boltzmann-Konstante
Stoffmenge	Mol	mol	Ein Mol ist die Stoffmenge, die so viele Teilchen (Atome oder Moleküle) enthält, wie 0,012 kg ^{12}C
Lichtstärke	Candela	cd	Definiert über Lichtstärke einer Lichtquelle mit festgelegter Frequenz und Leistung

➢ Zeiteinheit Sekunde

Heute ist die Einheit Sekunde definiert als das 9192631770 fache der Periodendauer der Strahlung, die dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entspricht.

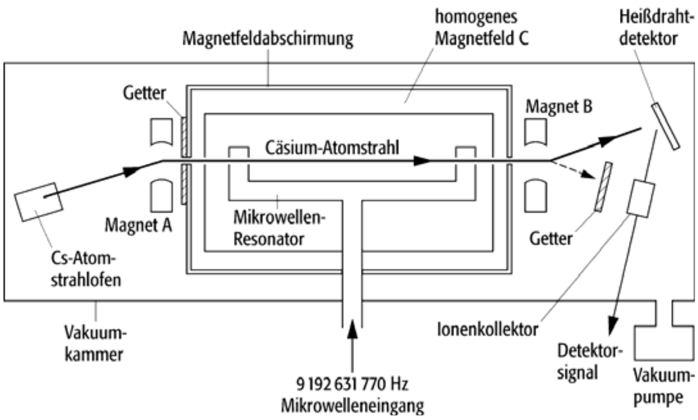
In dieser Definition spiegelt sich die Genauigkeit (ca. 10^{-14}!) der Atomuhren wider. Zur Zeitmessung wird ein periodischer Vorgang (Sonnenaufgang, Lauf der Gestirne, Pendel, Schwingung eines Quarzes …) benötigt. Aber was ist wirklich periodisch? Die ursprünglich für die Definition der Zeiteinheiten (Tag, Stunde, Minute, Sekunde) verwendete Erdrotation ist für die heutigen Anforderungen nicht mehr genau genug (siehe „International Earth Rotation Service“, www.iers.org). Auch mechanische (Pendel, Drehschwinger, …) oder elektronische (Schwingquarz) Uhren erreichen nicht die erforderliche Genauigkeit, wie sie z.B. für die GPS-Navigation erforderlich ist (1 µs Zeitfehler entspricht 300 m!). Die GPS-Satelliten verwenden deshalb Atomuhren und auch Schwingquarz-Hersteller überprüfen ihre Quarze mit Cs- oder Rb-Frequenznormalen (= Atomuhren!).



Schwankung der Tageslänge (www.iers.org)

Cs-Atomuhr bei der PTB (www.ptb.de)

<u>Atomuhren</u> verwenden spezielle Übergänge von Elektronen in der Atomhülle. Bei den „Hyperfeinstrukturübergängen[5]“ (HFS) ausgewählter Elemente entsteht elektromagnetische Strahlung, die aber nicht im Bereich des sichtbaren Lichts liegt, sondern im Mikrowellen- (GHz -) Bereich. Diese Schwingungen im GHz-Bereich lassen sich elektronisch zählen. In der Praxis verwendet man eine elektronischen Hochfrequenzgenerator, dessen Frequenz immer so geregelt wird, dass sie mit der HFS-Frequenz eines Strahls von Atomen, die sich durch einen Mikrowellenresonator bewegen, übereinstimmt.



Aufbau einer Cs-Atomuhr

[5] Hyperfeinstruktur (HFS): Durch die Wechselwirkung zwischen dem Spin des Elektrons und dem Magnetfeld (magnetischen Moment) des Atomkerns entstehen geringe Energieverschiebungen der Elektronen in der Atomhülle.

Als Zeit- oder Frequenznormal wird bei der Atomuhr also ein atomarer Übergang verwendet, der durch äußere Einflüsse (fast) nicht beeinflusst wird und „überall“ reproduzierbar ist, ohne z.B. eine Uhr zum Vergleich austauschen zu müssen. Die Genauigkeit (ca. 1 s in mehreren Millionen Jahren!) wird zur Zeit noch durch relativistische Effekte begrenzt (Zeitdilatation bei den Atomen im Atomstrahl – „bewegte Uhren gehen langsamer“).

- **Längeneinheit Meter**

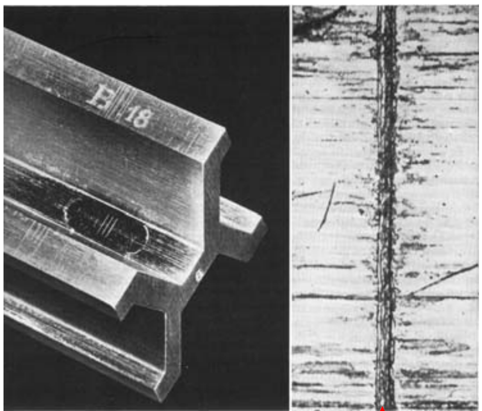
Ein Meter ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von (1/299792458) s durchläuft.

Ursprünglich (1799) war ein Meter definiert als der 40-millionste Teil des Erdumfangs. Ab 1889 wurde ein Meter-Prototyp („Urmeter“) aus einer speziellen Legierung verwendet. Für eine relativ kurze Zeit (1960-1983)war dann ein Meter definiert über die Lichtwellenlänge von ^{86}Kr.

Urmeter

Seit 1983 gilt die heutige Definition, die ebenfalls auf der hohen Genauigkeit der Atomuhren basiert. Diese Definition verknüpft die Längeneinheit mit der Definition der Sekunde und legt den Wert der Lichtgeschwindigkeit fest (damit wird eigentlich im SI-Systems eine der beiden Definitionen des Meters oder der Sekunde überflüssig und das Meter könnte als Basiseinheit gestrichen werden).

Die neue Definition des Meter und die Festlegung der Lichtgeschwindigkeit ist nur möglich, weil die Lichtgeschwindigkeit konstant und unabhängig vom Bezugssystem ist (Einstein, 1905).



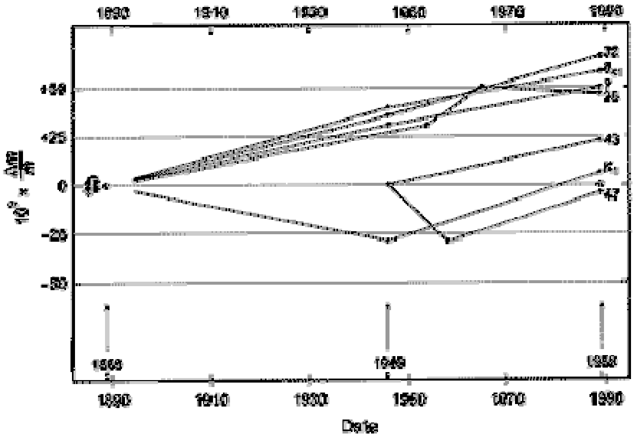
Eine der 30 Kopien des Urmeters

Ende des Meters (vergrößert): Mitte des mittl. Striches

Masseneinheit Kilogramm

Das Kilogramm ist die letzte SI-Basiseinheit, die durch einen Prototyp verkörpert wird. Dieses „Ur-kg“ wird im „Internationalen Büro für Maß und Gewicht“ (BIPM) in Sèvres bei Paris aufbewahrt. Daneben gibt es Kopien (Nationalen Kilogrammprototypen), die von Zeit zu Zeit mit dem kg-Prototyp in Paris verglichen werden. Dabei zeigt sich, dass trotz sorgfältiger Behandlung und Einhaltung der vorgeschriebenen Prozeduren bei der Handhabung, Aufbewahrung und Reinigung die Massen dieser Prototypen sich um bis zu 50 µg ändert. Es wird deshalb intensiv an einer Neudefinition des Kilogramm gearbeitet, die ohne Prototyp auskommt.

„Ur-kg“



Langzeitvergleich verschiedener kg-Prototypen

Das Kilogramm stellt noch einen weiteren Sonderfall im SI-Einheitensystem dar: Es ist die einzige Einheit, die ein Vorsatzzeichen („k“ für kilo“) im Namen führt. Basiseinheit im SI-System ist also das Kilogramm (kg), nicht das Gramm (g). Vorsatzzeichen zur Bezeichnung von Zehnerpotenzen dürfen nicht kombiniert werden; sie dürfen deshalb nicht im Zusammenhang mit dem kg verwendet werde. $10^{-6}\,\mathrm{kg}$ heißen deshalb **nicht** „Mikro-Kilogramm“ („µkg“) sondern Milligramm (mg); ebenso darf eine Tonne (t) ($1\,\mathrm{t} = 10^{6}\,\mathrm{kg}$) nicht mit Kilo-Kilogramm, wohl aber mit Megagramm bezeichnet werden! Eine andere Bezeichnung des kg, die diese Sonderstellung vermieden hätte, war das heute nicht mehr gebräuchliche „Grave“.

Einheit der elektrischen Stromstärke: Ampere

Das Ampere ist die Stärke eines elektrischen Stromes, der, durch zwei gerade, parallele, unendlich lange Leiter im Abstand von 1 m fließt und zwischen diesen Leitern eine Kraft von 2 10^{-7} N pro Meter Leitungslänge erzeugt.

Für die Kraft zwischen zwei stromdurchflossenen geraden Leitern (Abstand d, Länge l) gilt:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{d} \cdot l$$

Durch die Definition des Ampere wird somit die magnetische Feldkonstante μ_0 festgelegt auf $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}$. Zwischen μ_0 und der elektrischen Feldkonstanten ε_0 gilt die Relation $\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$. Da im SI-System die Lichtgeschwindigkeit c festgelegt ist, wird damit auch die elektrische Feldkonstanten ε_0 „definiert“ und taucht deshalb in Tabellen ohne Messunsicherheit auf!

Abgeleitete Einheiten

Aus den Basiseinheiten des SI-Systems lassen sich eine Vielzahl von abgeleiteten Einheiten in Form von Potenzprodukten der Basiseinheiten bilden. Einige dieser abgeleiteten Einheiten tragen besondere Namen.

Einige Beispiele für abgeleitete Einheiten:

Zeichen	Name	Definition durch Basiseinheiten.	Physikalische Größe
N	Newton	$1\,\mathrm{N} = 1\frac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}^2}$	Kraft
J	Joule	$1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m} = 1\frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{s}^2}$	Arbeit, Energie
Pa	Pascal	$1\,\mathrm{Pa} = 1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = 1\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2\,\mathrm{m}}$	Druck
W	Watt	$1\,\mathrm{W} = 1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = 1\frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{s}^3}$	Leistung
V	Volt	$1\,\mathrm{V} = 1\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{A}} = 1\frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{A\,s}^3}$	Spannung
$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$	Kilogramm durch Kubikmeter		Dichte
m^2	Quadratmeter		Fläche
$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Meter durch Sekunde		Geschwindigkeit
$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	Meter durch Sekundenquadrat		Beschleunigung

Manche der abgeleiteten Einheiten mit besonderen Namen dürfen nur für bestimmte Größen verwendet werden – auch wenn die Einheiten anderer Größen sich in der gleichen Weise aus den Basiseinheiten zusammensetzen. Beispiele:

$1\,\mathrm{Hz} = \frac{1}{\mathrm{s}}$	Hertz (Einh. der Frequenz)	$1\,\mathrm{Bq} = \frac{1}{\mathrm{s}}$	Becquerel (Einh. der Aktivität)
$1\,\mathrm{J} = 1\frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{s}^2}$	Joule (Einh. der Energie)	$1\,\mathrm{Nm} = 1\frac{\mathrm{kg\,m}^2}{\mathrm{s}^2}$	Newtonmeter (Einh. des Drehmoments)

Die Basiseinheiten und abgeleiteten Einheiten mit besonderen Namen können mit **Vorsatzzeichen** für Zehnerpotenzen (G (Giga), M (Mega), k (Kilo), m (Milli), µ (Mikro), n (Nano) etc.) versehen werden. Vorsatzzeichen stehen direkt vor der Einheit, dürfen nicht kombiniert werden und stehen nie allein.

Achten Sie auf Eindeutigkeit, schreiben Sie die Einheiten so,
dass z.B. m (Milli, 10^{-3}) nicht mit m (Meter)
oder T (Tera, 10^{+12}) nicht mit T (Tesla) verwechselt werden kann!

Bsp. 1: Für Meter * Newton **nicht** falsch mN (dies würde Millinewton bedeuten!)

sondern Nm , evtl. auch $\mathrm{m}\cdot\mathrm{N}$ schreiben !

Bsp. 2 Bei der Formel $F = qvB$ sollte für die Einheiten geschrieben werden …

nicht $\frac{\text{AsmT}}{\text{s}}$ (Verwechslungsgefahr, mT= Millitesla!)

falsch!

auch nicht $\frac{\text{TAsm}}{\text{s}}$ ($\rightarrow$ TA = „Teraampere“ !)

sondern $\frac{\text{As}\cdot\text{m}\cdot\text{T}}{\text{s}}$ (was dann übrigens N ergibt !)

- **Umrechnung von Einheiten**

Mit Einheiten darf im Prinzip wie mit anderen algebraischen Größen gerechnet werden. Um schnell die gewünschten Einheiten zu erhalten ist es häufig vorteilhaft, einen Bruch mit „passenden“ Faktoren zu erweitern. Beispiele:

a) $\frac{\text{mW}}{\text{cm}^2} \Rightarrow \ldots \frac{\text{kW}}{\text{m}^2}$: $123\frac{\text{mW}}{\text{cm}^2} = 123\frac{10^{-3}\,\text{W}}{\left(10^{-2}\,\text{m}\right)^2} = 123\frac{10^{-3}}{10^{-4}}\cdot\frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 123\cdot 10^1\cdot\frac{\text{W}}{\text{m}^2} = \underline{\underline{1{,}23\frac{\text{kW}}{\text{m}^2}}}$

b) $\frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \ldots \text{kn}$ (kn = Knoten, 1 kn = 1 sm/h, 1 sm =1 Seemeile =1852 m)

$$42\frac{\text{m}}{\text{s}} = 42\cdot\frac{1852}{1852}\cdot\frac{3600}{3600}\cdot\frac{\text{m}}{\text{s}} = 42\cdot\frac{3600}{1852}\cdot\frac{\overbrace{1852\,\text{m}}^{=1\,\text{sm}}}{\underbrace{3600\,\text{s}}_{=1\text{h}}} = 42\cdot\frac{3600}{1852}\cdot\frac{\text{sm}}{\text{h}} = \underline{\underline{81{,}6\,\text{kn}}}$$

0.1.1.2 Naturkonstanten

In (fast) jedem Physikbuch finden Sie eine Tabelle mit den wichtigsten Naturkonstanten. Aktuelle Tabellen findet man auch im Internet auf den Seiten der Physikalisch technischen Bundesanstalt (PTB, http://www.ptb.de), beim US-amerikanischen NIST (http://physics.nist.gov) oder bei Wikipedia (http://de.wikipedia.org/wiki/Physikalische_Konstante). Die Naturkonstanten sollen an dieser Stelle nicht noch ein weiteres Mal tabelliert werden.

Die Naturkonstanten sind eng mit dem verwendeten Einheitensystem verknüpft. Ihre Zahlenwerte hängen natürlich von den verwendeten Einheiten ab. Durch geeignete Wahl der Einheiten kann man in physikalischen Gleichungen Naturkonstanten in einem Einheitensystem „*verschwinden*“ lassen.

Beispiel: Elektrostatiche Kraft zwischen zwei Punktladungen -Coulombkraft

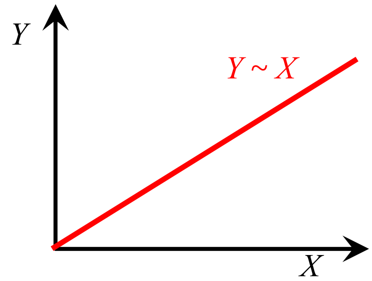
In allen Einheitensystemen gilt: Die elektrostatiche Kraft ist proportional zu den Ladungen q_1 und q_2 sowie umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstands r:

$$F \sim \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

SI-System	Gaußsches cgs-System
$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1 q_2}{r^2}$	$F = \frac{q_1 q_2}{r^2}$

Auf den ersten Blick sieht die Formel im cgs-System wesentlich einfacher aus. Die Konstanten ε_0 und μ_0 gibt es in diesem System nicht. Dafür werden aber alle Größen in anderen Einheiten angegeben (Newton $\leftrightarrow$ Dyn, Meter $\leftrightarrow$ Zentimeter, Coulomb (=As) $\leftrightarrow$ „elektrostatische Einheit esu“). Man sieht an diesem Beispiel, wie wichtig es ist, auf Einheiten und Einheitensysteme zu achten und nicht nur Zahlenwerte auszurechnen, sondern auch die Einheiten nachzurechnen!

Naturkonstanten als Proportionalitätskonstanten



Von einer Proportionalität

$Y \sim X$ (alternativ auch $Y \propto X$)

spricht man, wenn zwei Größen („X" und „Y") immer im gleichen Verhältnis stehen. Wird z.B: X verdoppelt, so verdoppelt sich auch Y. Der Graph eines solchen Zusammenhangs ergibt eine Ursprungsgerade.

Jede Proportionalität lässt sich mittels einer Proportionalitätskonstanten („C") in eine Gleichung umschreiben: $Y \sim X \quad \Leftrightarrow \quad Y = C \cdot X$.

Z.B. ist bei einer Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit der Weg s proportional zur Zeit t, $s \sim t$. Mit der Geschwindigkeit v wird daraus $s = v \cdot t$. Hier ist also v die Proportionalitätskonstante.

<u>Naturkonstanten</u> treten häufig auch als <u>Proportionalitätskonstanten</u> auf. Hier wird ihre Abhängigkeit vom verwendeten Einheitensystem besonders deutlich, da Proportionalitätskonstanten auch gleichzeitig die Einheiten der beteiligten physikalischen Größen „umrechnen" . Beispiele:

Physikalischer Zusammenhang	Proportionalität	Gleichung	Naturkonstante/ Proportionalitätskonstante	Einheiten
Lichtweg ~Zeit	$s \sim t$	$s = c \cdot t$	c: Lichtgeschwindigkeit	m ↔ s
Energie eines Photons ~ Frequenz	$E \sim f$	$E = h \cdot f$	h: Plancksche Konstante	J ↔ Hz
Therm. Energie ~ Temperatur	$E \sim T$	$E = k \cdot T$	k: Boltzmann-Konstante	J ↔ K
Ruheenergie ~ Masse	$E \sim m$	$E = c^2 \cdot m$	c^2: Quadr. d. Lichtgeschw.	J ↔ kg

Die Lichtgeschwindigkeit c hat im SI-System einen bestimmten (per Norm festgelegten) Zahlenwert, weil c durch die Definition der Einheiten Meter und Sekunde festgelegt wurde. c „rechnet Sekunden in Meter um". Ähnliches gilt für die Plancksche Konstante (die Frequenz (Hz) in Energie (J) umrechnet) oder die Boltzmann-Konstante (die Temperatur (K) in Energie (J) umrechnet).

Im SI-System wurde die Lichtgeschwindigkeit „definiert". Eine Festlegung der Boltzmann-Konstanten durch eine Neudefinition der Temperatureinheit Kelvin wird wohl in einigen Jahren (2010 ?) kommen. In ähnlicher Weise lassen sich aber in anderen Einheitensystemen auch andere Naturkonstanten festlegen, was manche (theoretischen) physikalischen Rechnungen u.U. übersichtlicher macht.

Das oben bereits erwähnte **Gaußschen cgs-System** erhält man, wenn die Konstante ε_0 zu $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi}$ festgelegt wird. Damit erhalten natürlich elektrische Ladungen und Ströme neue (gewöhnungsbedürftige) Einheiten. Andererseits haben in diesem System die elektrische und die magnetischen Feldstärke die gleiche Einheit, was die „Verwandtschaft" dieser Größen leichter erkennen lässt.

In so genannten „**natürlichen Einheitensystemen**" wird $c = 1$, $k = 1$, $\frac{h}{2\pi} = 1$ gesetzt, was Formeln sehr vereinfacht, was aber auch bedeutet, dass Längen/Zeiten, sowie Energien/Massen/Temperaturen dann jeweils die gleichen Einheiten haben …

> ➢ Für **Ingenieurs-Rechnungen** wird dringend geraten, beim **SI-System** zu bleiben !!!!

0.1.1.3 Größengleichungen

Physikalisch-technische Zusammenhänge können in verschiedener Weise in mathematische Gleichungen umgesetzt werden. Man unterscheidet zwischen Größengleichungen, Zahlenwertgleichungen und zugeschnittenen Größengleichungen.

➢ Größengleichungen

In einer Größengleichung steht jeder „Name“ für eine physikalische Größe, also das Produkt aus Zahlenwert und Einheit. Größengleichungen gelten deshalb unabhängig von den verwendeten Einheiten. Z.B. ist $v=\frac{s}{t}$ die Geschwindigkeit. Für v erhält man zunächst (ohne weitere Umrechnungen) die Einheiten m/s, wenn s in m und t in s eingesetzt wird. Die Gleichung bleibt aber auch richtig (und man erhält das gleiche Ergebnis!), wenn z.B: s in km und t in h eingesetzt wird. v ergibt sich dann entweder in km/h oder die Einheiten km bzw. h müssen nach dem Einsetzen in m bzw. s umgerechnet werden.

➢ Zahlenwertgleichungen

geben nur die Beziehung zwischen den Zahlenwerten wieder. Zahlenwertgleichungen **müssen** als Zahlenwertgleichungen gekennzeichnet werden. Sie gelten nur für bestimmte Einheiten, die **immer** mit angegeben sein müssen. Bsp:

VERALTET; FEHLERTRÄCHTIG; UMSTÄNDLICH; UNFLEXIBEL

$$v=3{,}6\frac{s}{t} \quad \underline{\underline{\text{Zahlenwertgleichung mit}}}$$

v : Geschwindigkeit in km/h

s : Weg in m

t : Zeit in s

Exakt – aber noch etwas umständlicher – wäre die Schreibweise $\{v\}=3{,}6\frac{\{s\}}{\{t\}}$ (mit den gleichen Zusatzangaben wie oben!), denn nach Gl.0.1.1. bedeutet ja z.B. $\{s\}$ „Zahlenwert von s“.

VERALTET

Zahlenwertgleichungen sind veraltet und sollen für technisch-wissenschaftliche Rechnungen **nicht mehr verwendet werden**[6]. Sie sind bestenfalls für den „Werkstattgebrauch“ noch akzeptabel. In der Klausur werden sie i.d.R. als *falsch* bewertet.

Will man die zu verwendenden Einheiten mit angeben, so sollte besser die zugeschnittenen Größengleichung verwendet werden.

➢ Zugeschnittene Größengleichungen

Eine zugeschnittene Größengleichungen erhält man, wenn man in einer Größengleichung alle physikalischen Größen durch ihre Einheit dividiert. Beim Einsetzen von Werten mit den vorgesehenen Einheiten kürzen sich dann die Einheiten weg und es bleibt der Zahlenwert stehen. Beispiel: $s=20\,\text{m}, t=2\,\text{s}$

$$\left(\frac{v}{\text{m/s}}\right)=\frac{\left(\frac{s}{\text{m}}\right)}{\left(\frac{t}{\text{s}}\right)} \quad \text{oder} \quad \left(\frac{v}{\text{km/h}}\right)=3{,}6\cdot\frac{\left(\frac{s}{\text{m}}\right)}{\left(\frac{t}{\text{s}}\right)}$$

umständlich, bestenfalls zur Angabe von Endformeln für Serienrechnungen geeignet!

umständlich, bestenfalls zur Angabe von Endformeln für Serienrechnungen geeignet!

Mit $s=20\,\text{m}, t=2\,\text{s}$ erhält man daraus $\left(\frac{v}{\text{km/h}}\right)=3{,}6\cdot\frac{\left(\frac{20\,\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{m}}}\right)}{\left(\frac{2\,\cancel{\text{s}}}{\cancel{\text{s}}}\right)}=3{,}6\cdot\frac{20}{2}=36$

also: $\frac{v}{\mathrm{km/h}} = 36$ oder $v = 36\,\mathrm{km/h}$

Anders als bei einer Zahlenwertgleichung kann man hier aber auch s und t in anderen Einheiten einsetzen, z.B. $s = 50\,\text{stat.mi.}, t = 1{,}5\,\mathrm{h}$ Dabei ist eine „stat.mi.“ (statute mile, englische Meile) gleich 1609,344 m.

Eingesetzt ergibt sich:

$$\left(\frac{v}{\mathrm{km/h}}\right) = 3{,}6 \cdot \frac{\left(\frac{50\,\text{stat.mi.}}{\mathrm{m}}\right)}{\left(\frac{1{,}5\,\mathrm{h}}{\mathrm{s}}\right)}$$

Jetzt kürzen sich die Einheiten (stat.mi. / m ; h / s) nicht weg, man sieht sofort, dass man jetzt erst die Einheiten umrechnen muss. Wir ersetzen also stat.mi. und h durch ihre Äquivalente in Meter bzw. Sekunden und erhalten:

$$\left(\frac{v}{\mathrm{km/h}}\right) = 3{,}6 \cdot \frac{\left(\frac{50 \cdot 1609{,}344\,\cancel{\mathrm{m}}}{\cancel{\mathrm{m}}}\right)}{\left(\frac{1{,}5 \cdot 3600\,\cancel{\mathrm{s}}}{\cancel{\mathrm{s}}}\right)} = 53{,}6448$$

also: $\frac{v}{\mathrm{km/h}} = 53{,}6448$ oder (gerundet) $v = 53{,}6\,\mathrm{km/h}$

Im Gegensatz zur Zahlenwertgleichung werden bei der zugeschnittenen Größengleichung also Größen mit Einheiten eingesetzt. Die Möglichkeit der Einheitenkontrolle bleibt bestehen und es können beliebige Einheiten verwendet werden. Zugeschnittene Größengleichungen können verwendet werden, um ein Endergebnis anzugeben, das anschließend zu routinemäßigen numerischen Rechnungen verwendet werden soll. Für algebraischen Umformungen, Herleitung von Formeln etc. sind Größengleichungen besser geeignet.

Gleichungen wie $U[V] = R[\Omega] \cdot I[A]$, falsch! $s(\mathrm{m}) = v(\mathrm{m/s}) \cdot t(\mathrm{s})$ falsch! oder $p(t) = \hat{p}\,\mathrm{Pa} \cdot \cos(12345{,}6\,\mathrm{s}^{-1}\,t\,\mathrm{s})$ falsch! sind sinnlos, da die Einheiten jeweils zweimal als Faktor vorkommen, wenn Größenwerte als Zahl*Einheit eingesetzt werden!

- Für technisch-wissenschaftliche Rechnungen werden ausschließlich **Größengleichungen** verwendet[6].

  In einer **Größengleichung** stehen die Formelzeichen der physikalischen Größen jeweils für das Produkt von **Zahlenwert * Einheit**. Bei der Auswertung der Größengleichung müssen Zahlenwerte und Einheiten eingesetzt werden. Die Einheiten des Ergebnisses ergeben sich automatisch aus den Einheiten der in die Formel eingesetzten Größen.
- Das Endergebnis kann in der Form der zugeschnittenen Größengleichungen angegeben werden.
- Alle numerischen Ergebnisse müssen **mit Einheiten** angegeben werden!

[6] Leider verwenden immer noch manche Bücher gelegentlich Zahlenwertgleichungen. Diese Unsitte findet man teilweise sogar in ansonsten sehr guten Lehrbüchern. Z.B. werden in „Halliday/Resnick/Walker, Physik“ in der Regel Größengleichungen verwendet. Trotzdem verwenden die Autoren bei verschiedenen Beispielaufgaben die veralteten Zahlenwertgleichungen. Allerdings wird dort dann stets auf die zu verwendenden Einheiten hingewiesen!

In diesem Zusammenhang noch einige Tipps, mit deren Hilfe Sie einige typischen Fehler in den Klausuren vermeiden können:

1. Rechnen Sie allgemein, mit Formeln und sinnvollen „Namen" für physikalische Größen (gfls. selbst erfinden) ! Gründe dafür:
   - Algebraische Umformungen mit Gleichungen, in die schon spezielle Zahlenwerte und Einheiten eingesetzt wurden, sind unübersichtlich, umständlich und fehlerträchtig.
   - Es ist mühsam, Zahlen mit vielen Stellen und Einheiten mehrfach zu schreiben, dabei passieren häufig Fehler
   - Es besteht Verwechslungsgefahr, z.B. m (Masse) – m (Meter), s (Strecke) – s (Sekunde)
   - Oft ist ein allgemeiner Zusammenhang gesucht und spezielle Zahlenwerte sind lediglich Beispiele, die nichts über den allgemeinen Fall aussagen.
2. Vermeiden Sie insbesondere Gleichungen, in denen manche Größen als Zahlenwerte bereits eingesetzt wurden, andere aber noch als Formelzeichen stehen bleiben.
3. Erst im letzten Schritt werden Zahlenwerte und Einheiten eingesetzt …
4. … dann werden zuerst die Einheiten geprüft
   - Ein Verzicht auf die Einheitenprüfung ist nur dann akzeptabel, wenn Sie
     erstens <u>ABSOLUT SICHER</u> sind, alle Größen in den SI-Einheiten mit den richtigen Zehnerpotenzen (also z.B. statt 5 g $\rightarrow$ 0,005 kg !) eingesetzt zu haben
     zweitens <u>ABSOLUT SICHER</u> sind, dass Sie eine richtige Formel verwenden, und die gleiche Rechnung schon mehrfach durchgeführt haben
   - Viele (die meisten ?) Fehler kann man mittels Einheitenprüfung selbst finden!
   - <u>**Sträflicher Leichtsinn**</u> ist es , bei neuen, unbekannten oder gar selbst hergeleiteten Formeln auf die Einheitenprüfung zu verzichten!
5. Wenn die Einheiten nicht stimmen, suchen Sie in ihrem Rechenweg die Stelle, an der die Einheiten erstmals falsch werden!
   - Es macht keinen Sinn, Zahlenwerte überhaupt auszurechnen, wenn die Einheiten nicht passen!
   - <u>**Mutwilliges Herbeiführen von falschen Ergebnissen**</u> ist es, wenn ersichtlich die falschen Einheiten herauskommen, man aber trotzdem („Augen zu und durch") die richtigen Einheiten hinschreibt.
   - Vermeiden Sie „Zahlenbandwürmer", verwenden Sie die Exponentialschreibweise zur Angabe von Zahlenwerten!

<u>**Übungen** zu Größen/Einheiten/Größengleichungen:</u>

Üben und Nachschlagen sind verschiedene Dinge!
Bearbeiten Sie diese Übungen deshalb **ohne oder mit möglichst wenig Hilfsmitteln!**

1. Wandeln Sie um in SI-Basieinheiten:

$\mathrm{Pa} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} =$ ……………… , $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2} =$ ……………… , $\mathrm{C\,m^{-2}s^{-1}} =$ ………………

$\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} =$ ……………… , $\mathrm{T} = \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2} =$ ……………… , $\Omega\,\mathrm{m} =$ ………………

2. Rechnen Sie um …

$1{,}05\,\frac{\text{in}}{\text{min}} = \;\ldots\ldots\; \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (1 in = 2,54 cm) , $0{,}3\cdot 10^{-3}\,\frac{\text{MW}}{\text{km}^2} = \;\ldots\ldots\; \frac{\text{W}}{\text{cm}^2}$

$0{,}815\cdot 10^6\,\frac{\text{t}}{\text{h}} = \;\ldots\ldots\; \frac{\text{kg}}{\text{s}}$, $135\,\frac{\ell}{\text{h}} = \;\ldots\ldots\; \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

$9\cdot 10^{23}\,\text{eV} = \;\ldots\ldots\;$ kWh (Elektronenvolt (eV): $1\,\text{eV} = 1\,\text{e}\cdot 1\,\text{V}$; e = 1,6 10^{-19} As)

$\sqrt{10^4\,\frac{\text{H}}{\text{F}}} = \;\ldots\ldots\; \Omega$, $\frac{1}{0{,}0456\,\mu\text{s}} = \;\ldots\ldots\;$ H*z*

3. <u>Schallwelle</u>: Es gilt $Z = \rho c$ und $\hat{p} = Z\hat{v}$ sowie $\hat{v} = \omega\hat{x}$, $\omega = 2\pi f$ und $f = T^{-1}$.

   Gegeben sind: $\rho = 1\frac{g}{\ell}$, $c = 350\,\text{ms}^{-1}$, $\hat{p} = 14\,\mu\text{Pa}$ sowie $T = 125\,\text{ns}$.

   Berechnen Sie (erst Formeln, dann Zahlenwerte mit Einheiten) $\hat{v}$ und $\hat{x}$!

4. <u>Hydrostatischer Druck</u>: Es gilt $\Delta p = \rho g h$ und $\Delta p = F/A$

   Gegeben sind: $\rho = 865\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $h = 4{,}50\,\text{m}$

   (*g* = Fallbeschleunigung, A = Kreisfläche, Durchmesser 15 cm)
   Berechnen Sie (erst Formel, dann Zahlenwert mit Einheit) *F* !

5. <u>Halbleiterdiode</u>: Es gilt $I = I_S\left(\text{e}^{\frac{eU}{kT}} - 1\right)$. Gegeben sind $I_S = 2{,}5\,\text{nA}$, $T = 307\,\text{K}$, $U = 555\,\text{mV}$

   (Elementarladung *e* und Boltzmannkonstante *k*: siehe Tabellen!)

   a) Berechnen Sie *I*!
   b) Bei welcher Spannung (erst Formel, dann Zahlenwert mit Einheit) wird bei der Temperatur $\vartheta = 20°\text{C}$ (entspr. …K ?) der Strom $I = 88\,\text{mA}$?

6. <u>Gasgesetze</u>: Für Druck, Volumen, Temperatur eines Gases gilt: $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$

   a) Ein Gas der Temperatur $T_1 = 293\,\text{K}$ wird vom Volumen V_1 auf $V_2 = \frac{1}{4}V_1$ komprimiert.
      Dabei steigt der Druck von p_1 auf $p_2 = 3p_1$.
      Berechnen Sie (erst Formel, dann Zahlenwert mit Einheit) T_2!
   b) Wird ein Gas „adiabat“ (ohne Wärmeaustausch) komprimiert, so gilt auch: $p_1 V_1^{\kappa} = p_2 V_2^{\kappa}$.
      Gegeben sind: $p_1 = 1{,}2\,\text{bar}$, $V_1 = 0{,}25\,\text{m}^3$, $V_2 = 50\,\ell$, $T_1 = 293\,\text{K}$ und $\kappa = 1{,}4$.
      Berechnen Sie (erst Formeln, dann Zahlenwerte mit Einheiten) p_2 und T_2!

0.1.2 Dimensionsanalyse

➢ **Dimension einer physikalischen Größe**

Physikalische Größen der gleichen „Größenart“ können i.Allg. mit verschiedenen Einheiten angegeben werden. Z.B. kann eine Zeitdauer in Sekunden, aber auch in Minuten, Stunden, Tagen, Wochen, Monaten, Jahren, 刻, … angegeben werden. Man sagt, alle Größen, die in einer dieser Einheiten gemessen werden können, haben die **Dimension** Zeit. Die Dimension einer physikalischen Größe beschreibt also die Art der Größe, ohne Angaben von Zahlenwerten oder Vorzeichen und ohne Sachbezüge.

Ob eine Größe als Länge, Breite, Tiefe, Dicke, Höhe, Radius, Durchmesser, Umfang, Abstand oder Kurvenlänge bezeichnet wird, hängt vom Sachbezug ab. Diese Größen können auch in unterschiedlichen Einheiten gemessen werden, z.B. in m, mm, µm, km, Meilen, Zoll, Fuß, 丈 etc. Sie sind jedoch alle von der gleichen Größenart bzw. sie haben alle die **Dimension** Länge.

Die Dimension einer physikalischen Größe ergibt sich aus den Dimensionen von „Basisgrößen“, die durch die Basiseinheiten (des SI-Systems) gegeben sind:

Basisgröße	Physikalische Größe (Bsp.)	SI-Einheit	**Dimension**	Abk.
Länge	Länge, Breite, Durchmesser, Tiefe, Dicke,…	m	**Länge**	**L**
Masse	Bruttomasse, Füllmenge, Masse, …	kg	**Masse**	**M**
Zeit	Laufzeit, Fahrzeit, Schwingungsdauer, …	s	**Zeit**	**T**
Strom	Strom, Nennstrom, Leckstrom, …	A	**Strom**	**E**

Beispiele:

Breite b = 0,38 m: Einheit[7]: $[b] = \mathrm{m}$, Dimension[7]: $[b] = \mathrm{L}$

Gesamtmasse m_{ges}= 2,5 kg: Einheit: $[m_{ges}] = \mathrm{kg}$ Dimension: $[m_{ges}] = \mathrm{M}$

Dimensionsanalyse wird hauptsächlich für mechanische Systeme verwendet, so dass man sich häufig auf das {L,M,T}-System beschränken kann. Die Dimension einer Größe mit abgeleiteten SI-Einheiten ist ein Potenzprodukt aus den Dimensionen der Basisgrößen {L,M,T,E,…}. Beispiele

	Def.-Gl.	Dimension
Geschwindigkeit	$v = \frac{s}{t}$	$[v] = \mathrm{L} \cdot \mathrm{T}^{-1}$
Beschleunigung	$a = \frac{v}{t}$	$[a] = \mathrm{L} \cdot \mathrm{T}^{-2}$
Kraft	$F = ma$	$[F] = \mathrm{M} \cdot \mathrm{L} \cdot \mathrm{T}^{-2}$

Reine Zahlen (ohne Einheiten) haben die Dimension 1, man nennt solche Größen auch „**dimensionslos**“.

Eine besondere Gefahr durch Verwechslung der Begriffe „Dimension“ und „Einheit“ besteht nicht, sofern man alle Größen durch die **Basiseinheiten** des SI-Systems ausdrückt. Auf Grund der eindeutigen Zuordnung der Basiseinheiten zur Dimension der entsprechenden Basisgröße können nämlich alle Dimensionsbetrachtungen auch unter Verwendung der Basiseinheiten an Stelle der Dimensions-Schreibweise {L,M,T,E,…} durchgeführt werden.

➢ **Dimensionsanalyse** / Dimensionsbetrachtung

Bei der **Dimensionsanalyse** nutzt man aus, dass in einer physikalischen Gleichung die Größen vor/hinter dem Zeichen „ = “, „ + “ oder „ - “ die gleiche Dimension haben müssen und Argumente

[7] Für die Dimension einer Größe wird (meist) die gleiche Schreibweise wie für „Einheit von“ verwendet, nämlich ([…]) !

von transzendenten Funktionen dimensionslos sein müssen. Man kann mit Hilfe der Dimensionsanalyse Fehler in physikalischen Formeln finden oder Schlüsse über den Zusammenhang physikalischer Größen ableiten, sofern bekannt ist, von welchen Größen ein gesuchtes Ergebnis abhängt.

Die Dimensionsanalyse hat z.B. in der Strömungslehre große Bedeutung erlangt. Bereits 1883 fand Osborne Reynolds das hydrodynamische Ähnlichkeitsgesetz, demzufolge sich Strömungen (auch unterschiedlicher Medien) gleichartig verhalten, wenn die (dimensionslose!) Reynoldszahl übereinstimmt.

Wir wollen hier die nur einen einfachen (aber wichtigen!) Aspekt der Dimensionsanalyse betrachten:

➢ Kenne relevante Größen, suche Beziehung zwischen diesen Größen!

Bekannt:	Gesucht:
• Von welchen Größen X_1, X_2, X_3… hängt eine gesuchte Größe „Y" ab? • Struktur der Formel: $Y = X_1^a \cdot X_2^b \cdot X_3^c \ldots$	• **<u>Wie</u>** hängt „Y" von X_1, X_2, X_3 ab? (proportional, quadratisch, … ?) • Hochzahlen a, b, c

- Mit Dimensionsanalyse **<u>nicht</u>** zu bestimmen:
  Reine Zahlenfaktoren (½ , 2, π etc.),
  dimensionslose Kenngrößen (z.B. Reibungskoeff. μ , c_W-Wert, …)

Beispiele:

1. <u>Zentripetalkraft</u> (Kraft die benötigt wird, um einen Körper auf einer Kreisbahn zu halten)

- Die Zentripetalkraft hängt ab von m = Masse, v= Geschwindigkeit, R = Radius
- Wir machen deshalb den Ansatz $F_Z = \alpha \cdot m^a \cdot v^b \cdot R^c$ (a, b, c sind unbekannte Hochzahlen ; α ist eine evtl. notwendige dimensionslose Proportionalitätskonstante)
- Dimension / Einheiten der verschiedenen Größen:

Kraft	$\mathrm{M \cdot L \cdot T^{-2}}$	$\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2}}$
Masse	M	kg
Geschw.	L/T	m/s
Radius	L	m

- Dimensionsgleichung: $[F_Z] = [m]^a \cdot [v]^b \cdot [R]^c$

  Daraus erhält man leicht a und b: $\mathrm{M \cdot L \cdot T^{-2} = M^a \cdot \left(\frac{L}{T}\right)^b \cdot L^c}$

  $\boxed{a = 1,}$ $\boxed{b = 2,}$ $\boxed{c = -1}$

  grün: Aus M $\left(\mathrm{M^1 = M^a}\right)$ folgt $a = 1$:
  blau: Aus T $\left(\mathrm{T^{-2} = T^{-b}}\right)$ folgt $b = 2$:
  b=2 einsetzen ergibt für L: $\mathrm{L^1 = L^2 \cdot L^c}$, also
  Falls man nicht (wie hier!) die Hochzahlen direkt ablesen kann, dann stelle man ein Gleichungssystem für a, b, c, … auf:

$$\begin{array}{llcl} M^1: & 1 & = & 1a + 0b + 0c \\ L^1: & 1 & = & 0a + 1b + 1c \\ T^{-2}: & -2 & = & 0a - 1b + 0c \end{array}$$

Daraus erhält man wieder $a = 1, b = 2, c = -1$

Anm.: Das gleiche Gleichungssystem (mit der gleichen Lösung) hätte man erhalten, wenn man anstatt der Gleichungen für die Dimensionen M, L, T die Gleichungen für die zugehörigen SI-Basiseinheiten kg, m, s aufgestellt hätte!

- Gesuchte Formel: $F_Z \sim mv^2 R^{-1}$ bzw. $F_Z = \alpha \cdot mv^2 R^{-1}$,

  wobei α eine dimensionslose Konstante ist, die mittels Dimensionsanalyse nicht bestimmt werden kann. Man könnte α z.B. durch eine einzige Messung der Kraft bestimmen. Hier gilt (Begr. später …) aber einfach $\alpha = 1$ und die gesuchte Formel ist damit $\boxed{F_Z = \frac{mv^2}{R}}$

2. Freier Fall

- Wir nehmen an, dass die Fallstrecke s außer von Zeit t und Fallbeschleunigung g auch noch von der Masse m abhängen soll (*was sich als nicht richtig herausstellen wird!*), also: $s = s(g, t, m)$

- Ansatz $s = \alpha \cdot g^a \cdot t^b \cdot m^c$

  (mit unbekannten Hochzahlen a, b, c, und dimensionsloser Proportionalitätskonstante α)

- Dimension / Einheiten der verschiedenen Größen:

Weg	L	m
Beschl.	L/T^2	m/s^2
Zeit	T	s
Masse	M	kg

- Wir verwenden in diesem Beispiel die SI-Basiseinheiten

  (*Übung: gleiche Rechnung mit Dimensionen*!)

  Gleichung für Einheiten: $[s] = [g]^a \cdot [t]^b \cdot [m]^c$

  $$\mathrm{m} = \left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)^a \cdot \mathrm{s}^b \cdot \mathrm{kg}^c$$

- Man sieht sofort, dass **kg** links nicht vorkommt, also c=0 sein muss,
  dass links $\mathbf{m^1}$ steht, rechts m nur als m^a steht. also a=1 sein muss,
  dass dann b=2 sein muss, damit sich **s** wegkürzt.

- Die Lösung ist also: $a = 1, b = 2, c = 0$

  (wie erwartet geht die Masse nicht ein[8], c=0!)

- Hier ist – wie allgemein bekannt – die Proportionalitätskonstante = ½ und die richtige Formel lautet $\boxed{s = \frac{1}{2} g t^2}$

[8] Dies würde sich erst ändern, wenn noch eine weitere Größe, die die Dimension M enthält, eine Rolle spielen würde. Berücksichtigt man den Luftwiderstand, dann hängt die Fallgeschwindigkeit auch von der Dichte ρ der Luft ab. Es ist $[\rho] = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{L}^3}$. Infolgedessen spielt die Masse durchaus eine Rolle, sobald der Luftwiderstand zu berücksichtigen ist!

Übungen zur **Dimensionsanalyse**

(*Bei diesen Aufgaben wird jeweils ein Ansatz mit den relevanten Variablen angegeben. Auch die dimensionslosen Prop.-Konstanten werden jew. angegeben! Die Beispiele sind so gewählt, dass die Exponenten eindeutig bestimmt werden können.*)

1. Leiten Sie mittels **Dimensionsanalyse** die Exponenten a, b, c, d in der Formel für den Bahnradius R eines geladenen Teilchens in einem Magnetfeld her!
(*m* = Masse, *v* = Geschwindigkeit, *Q* = Ladung, *B* = mag. Induktion, *R*= Radius)
$R_Z = m^a \cdot v^b \cdot Q^c \cdot B^d$ Hinweis: $[B] = \mathrm{T}$ (Tesla), $\mathrm{T} = \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2} = \ldots$

2. Strömt eine Flüssigkeit durch ein langes dünnes Rohr, so gilt für den "Massenstrom" $\dot{m}$ (Masse/Zeit) nach Hagen und Poiseuille:
$$\dot{m} = \frac{\rho \cdot \pi \cdot R^a \cdot \Delta p}{8 \cdot \eta \cdot L}.$$
Dichte ρ, Radius R, Rohrlänge L, Δp: Druckdifferenz (Druck = Kraft/Fläche)
Viskosität η (Einheiten: Ns/m^2)
Bestimmen Sie mittels **Dimensionsanalyse** die Abhängigkeit vom Rohrradius, d.h. den Exponenten a!

3. Ein **Koaxialkabel** der **Länge** ℓ habe die **Kapazität** C und die **Induktivität** L. Die Signal**geschwindigkeit** (Geschw., mit der sich ein elektrisches Signal auf dem Kabel ausbreitet) sei v,
$v = L^a \cdot C^b \cdot \ell^c$
a) Bestimmen Sie mittels **Dimensionsanalyse** die Exponenten a und b und c !
b) Zeigen Sie, dass sich die Formel so darstellen lässt, dass das Ergebnis nur noch von der Kapazität pro Länge $\left(C' = \frac{C}{\ell}\right)$ und Induktivität pro Länge $\left(L' = \frac{L}{\ell}\right)$ abhängt
Hinweis: $[C] = \frac{\mathrm{As}}{\mathrm{V}}, [L] = \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}, 1\mathrm{V} = 1\frac{\mathrm{Nm}}{\mathrm{As}}$

4. Zwischen der Gesamtenergie E, Masse m_0 und Impuls p eines Teilchen besteht folgender Zusammenhang:
$E = \left(m_0^2 c^b + p^d c^e\right)^a$ (c : Lichtgeschwindigkeit)
Bestimmen Sie die Exponenten a , b , d und e!
Hinweis: Überlegen Sie genau, was Sie mit dem „+“ machen …!

0.1.3 Skalare und Vektoren

Es gibt physikalische Größen,

- die durch eine Zahl (mit Einheit) bestimmt sind … **SKALARE**
  Beispiele: Temperatur, Masse, Ladung, … und
- solche, die zusätzlich noch eine Richtungseigenschaft haben.
  Beispiele: Geschwindigkeit, Kraft, Magnetfeld, … **VEKTOREN**

Hier soll nur ganz kurz auf Vektoren eingegangen werden. Mehr dazu finden Sie in Mathe-Vorlesung und –Buch!

Was sollten Sie zum Thema „Vektoren“ kennen/können ?

- Schreibweise: a) mit Pfeil, $\vec{r}$, in Büchern auch b) fettgedruckt, **r**
- Zeichnerische Darstellung von Vektoren,
  zeichnerische Addition, Subtraktion von Vektoren
- Darstellung von Vektoren in einem Koordinatensystem, Basisvektoren
  Einheitsvektoren, Komponenten eines Vektors
- Spalten- und Zeilenvektoren
- Rechnen mit Vektoren: Addition, Subtraktion, Länge eines Vektors (Betrag)
- Multiplikation: Vektor * Skalar, Skalarprodukt und Kreuzprodukt,
  Berechnung von Skalarprodukt und Kreuzprodukt mit Komponenten,
  Winkel zwischen zwei Vektoren

Für die Physik ist es wichtig, zwischen Skalaren, Vektoren, Komponenten eines Vektors, Betrag eines Vektors zu unterscheiden.

Es gelten ähnliche Regeln wie für die Einheiten:

- Steht links des Gleichheitszeichens ein Vektor, so muss auch rechts ein Vektor stehen! (entspr. für Skalare!)
- Zu/von einem **Vektor** kann nur ein **Vektor** addiert/subtrahiert werden!
  Zu/von einem **Skalar** kann nur ein **Skalar** addiert/subtrahiert werden!
- Alle Komponenten eines Vektors haben die gleichen Einheiten, die Einheiten können deshalb (als „skalarer Faktor“) auch hinter die Vektor-Klammer geschrieben werden.
  Beispiel: $\vec{F} = \begin{pmatrix} 1\,\mathrm{N} \\ 2\,\mathrm{N} \\ 3\,\mathrm{N} \end{pmatrix}$ oder $\vec{F} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}\mathrm{N}$

Ansonsten darf man (siehe Mathe!) mit Vektoren (fast) wie mit „normalen“ Zahlen rechnen. Ausnahme:

- Durch einen Vektor kann man nicht dividieren !

Vektoren lassen sich aber z.B. auch differenzieren und integrieren.

Vektorgleichungen gelten im Prinzip in beliebigen Koordinatensystemen (einer der großen Vorteile der Vektorrechnung!). Allerdings sind Vektoren oft als Komponenten in einem bestimmten kartesischen Koordinatensystem gegeben oder wir rechnen diese Komponenten aus. Hier ist dann darauf zu achten, dass man genau weiß, welches Koordinatensystem (Richtung der Achsen!) man verwendet!

Nicht jede einzelne Zahl und nicht jede physikalische Größe, über die Sie keinen Pfeil schreiben, ist ein Skalar. Es kann auch eine der Komponenten eines Vektors sein. Der Unterschied ist gelegentlich Anlass zu langen Diskussionen; falsche Verwendung kann zu Verwunderung über Minuszeichen oder zu falschen Ergebnissen führen…

Aufpassen: Verwirrung entsteht, wenn für Betrag und Vektor-Komponente das gleiche Symbol verwendet wird. Wenn z.B. klar ist, dass ein Vektor in plus oder minus x-Richtung zeigt, dann erscheint die Verwendung eines Vektor-Formelzeichen (z.B. des Kraftvektors $\vec{F}$) als unnötige Komplikation. Man schreibt dann u.U. einfach F – meint damit aber die x-Komponente F_x des Vektors und nicht etwa den Betrag der Kraft (der ausführlicher als $\left|\vec{F}\right|$ geschrieben werden müsste).

Der ganze Vektor könnte in diesem Fall auch angeschrieben werden als $\vec{F} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$,

die x-Komponente erhält man aus dem Skalarprodukt mit dem Einheitsvektor in x-Richtung:
$F_x = \vec{F} \cdot \vec{e}_x = \begin{pmatrix} F \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = F$.

Wo ist der Unterschied zwischen der Verwendung von

$"F" = F_x$ und $"F" = \left|\vec{F}\right|$?

Die x-Komponente hat ein <u>Vorzeichen</u>! Sie kann z.B. -5 N betragen, was dann eigentlich $\vec{F} = \begin{pmatrix} -5\text{ N} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ bedeutet,

die Kraft wirkt dann in negativer x-Richtung.

Der Betrag ist immer positiv, unabhängig davon, welche Richtung $\vec{F}$ hat!

Nicht jede einzelne Zahl ist also ein Skalar, und nicht jeder 3-Pack von Zahlen ist deshalb schon ein Vektor (die Zahlenfolge 90-60-90 bezeichnet normalerweise keinen Vektor ☺). Vektoren müssen gewisse mathematische Eigenschaften (Transformationseigenschaften) haben – auf die wir aber hier nicht behandeln werden. Ein Skalar jedenfalls hat in jedem Koordinatensystem den gleichen Zahlenwert.

Ergänzung: Es gibt neben Skalaren und Vektoren noch andere für Physik und Technik wichtige mathematische Größenarten. Skalare und Vektoren sind genau genommen Spezialfälle von „Tensoren“: Ein Tensor nullter Stufe ist ein Skalar, ein Tensor erster Stufe ein Vektor. Tensoren zweiter Stufe werden Ihnen evtl. als Spannungstensor in der Mechanik begegnen (deshalb auch der Name „Tensor“ , vom lat. Wort für „spannen“). Ein weitere wichtiger Tensor ist der Trägheitstensor.